

CHAPITRE VI. APPLICATION A L' ETUDE DE LA TRANSITION VERS LA TURBULENCE DANS UN JET AXISYMETRIQUE A FAIBLE NOMBRE DE REYNOLDS

1. DESCRIPTION MODERNE DE LA TURBULENCE

1.1 Introduction

Les expériences décrites au chapitre V visaient essentiellement à démontrer l'efficacité de la vélocimétrie de speckle avec des exemples simples et ne prétendaient pas apporter une contribution nouvelle à la description de ces écoulements. Dans le présent chapitre, on a essayé d'atteindre le deuxième objectif qui avait été défini dans l'introduction générale: démontrer qu'une technique de mesure de champs de vitesse instantanée peut effectivement apporter des renseignements difficiles à obtenir par les techniques classiques, et ce dans un cadre de recherche suffisamment large pour justifier des travaux futurs.

La turbulence et la transition laminaire-turbulent sont des phénomènes étudiés depuis longtemps et qui ne sont pas encore compris de manière satisfaisante. La turbulence est "classiquement" modélisée comme la superposition d'un écoulement moyen et d'une fluctuation que l'on peut étudier par des techniques statistiques. Physiquement, l'écoulement est décrit comme un grand nombre de rouleaux tourbillonnaires ("eddies") de tailles et d'orientations différentes, interagissant l'un avec l'autre, les plus grands transférant leur énergie aux plus petits (phénomène de cascade) jusqu'à dissipation sous forme d'énergie thermique par effet visqueux. Ces interactions font apparaître des rouleaux d'échelle décroissante et font tendre progressivement l'écoulement vers un phénomène aléatoire isotrope (voir par exemple ¹⁶³). Cette "cascade" est initiée par une instabilité du régime laminaire et est souvent modélisée par l'introduction dans les variables décrivant l'écoulement d'un nombre de plus en plus grand de fréquences incommensurables (Landau ¹¹²).

Cette manière de voir le phénomène a été troublée par des recherches effectuées depuis quelques années dans deux directions différentes:

- 1) Les systèmes tels que l'écoulement de Couette ou la convection de Rayleigh-Bénard dans des enceintes de faible rapport d'aspect, présentent une transition vers la turbulence par l'intermédiaire d'un petit nombre d'oscillations indépendantes, lorsque le paramètre de contrôle

(nombre de Rayleigh pour la convection, par exemple) est maintenu à des valeurs suffisamment basses. L'intérêt de telles expériences réside dans la confrontation immédiate avec des modèles simples qui montrent que des équations parfaitement déterministes, à petit nombre de degrés de liberté, peuvent décrire un comportement chaotique, en ce sens que les solutions de ces équations sont extrêmement sensibles aux conditions initiales et aux limites. Ces solutions ne peuvent donc être prédites dans la pratique, ce qui est une définition acceptable du chaos^{157-159,164}. La ressemblance de ce "chaos" avec la turbulence "classique" est évidemment sujette à discussion.

- 2) Des écoulements souvent rencontrés comme les écoulements en conduite, les couches limites et les couches de mélanges, peuvent comporter des structures à grande échelle dont le rôle et le comportement sont encore mal connus. Quoique le rôle des grands "rouleaux tourbillonnaires", par exemple dans les phénomènes d'entraînement, ait été reconnu depuis longtemps [163], c'est seulement depuis une quinzaine d'années qu'on se demande si ces grands rouleaux ne sont pas organisés, si il n'y a pas une structure ordonnée et relativement répétitive, sous-jacente à la turbulence classique.

C'est ce deuxième aspect que nous allons décrire plus en détail en effectuant une étude bibliographique des progrès réalisés dans ce domaine. On essaiera d'en déduire la classe de phénomènes intéressants à étudier au moyen d'une technique de vélocimétrie spatiale.

1.2 Structures à grande échelle: définitions et propriétés

Avant d'aller plus loin, il convient de préciser exactement ce que l'on cherche et de mettre un peu d'ordre dans le fouillis de notions que recouvre l'appellation de "structures". La diversité des appellations - structures cohérentes, structures quasi-ordonnées, structures à grande échelle - ne fait refléter l'incertitude qui plane sur ce concept et le fait que chaque type d'écoulement a sa(ou ses) structure caractéristique. Une des rares définitions proposées^{165,166} consiste à postuler qu'une structure cohérente est une région identifiable d'un écoulement turbulent où les variables décrivant l'écoulement, et en particulier le vecteur tourbillon, sont spatialement corrélées et le restent au cours du temps. Comme beaucoup de définitions, celle-ci met en avant une propriété importante (l'ordre) mais en estompe d'autres qu'il est important de citer:

- Les structures sont généralement des régions de grande dimension, c' est à dire équivalente à la dimension caractéristique de l' écoulement (épaisseur de la couche limite turbulente, épaisseur de la zone de mélange, etc..)
- Les structures ne doivent pas être des phénomènes exceptionnels mais bien récurrents, même si l' intervalle entre deux structures peut être aléatoire et si les détails internes aussi bien qu' externes (forme générale, orientation) peuvent être différents d' une réalisation à l' autre.
- Au contraire des "eddies" classiques de la théorie de la turbulence, les structures sont spatialement exclusives et ne peuvent être contenues les unes dans les autres.
- Par contre, et ceci est important, une structure peut - et même doit - contenir de la turbulence de fond "classique".

Précisons immédiatement que les propriétés citées plus haut ne sont pas universellement reconnues et que l' existence même des structures est parfois contestée. Leur présence est bien établie dans des écoulements où elles peuvent être considérées comme les "héritières" de rouleaux instables très organisés (jets à condition initiale laminaire, par exemple). Par contre, leur naissance spontanée dans des écoulements turbulents à très haut nombre de Reynolds est incertaine.

Quel est le rôle et l' importance de ces structures dans les écoulements où leur présence a été établie ? Si les études ne sont pas encore suffisamment détaillées pour déterminer si les structures sont constitutives de la turbulence et indispensables à celle-ci, leur comportement a pu être précisé dans un certain nombre de cas. Par exemple, la répartition de l' énergie turbulente entre structures à grande échelle et rouleaux tourbillonnaires "classiques" à faible échelle (la turbulence de "fond") a été fort étudiée. On a pu s' apercevoir que, dans certaines circonstances, les structures pouvaient transporter une part très importante de l' énergie cinétique et contribuer fortement à la production des contraintes de Reynolds.

D' autre part, les structures à grande échelle permettent peut-être d' éclairer un mécanisme mal compris: l' entraînement de fluide irrotationnel dans la région turbulente. Si on prend l' exemple d' un jet (bidimensionnel ou axisymétrique), des visualisations classiques ont pu montrer que la frontière entre le jet turbulent et l' atmosphère ambiante, quoique très irrégulière, est très bien définie. Comment le fluide extérieur pénètre-t-il à l' intérieur de la zone de mélange ? On a toujours soupçonné que les grands

rouleaux tourbillonnaires jouaient un grand rôle dans l' "absorption" de larges régions de fluide ambiant. Que ce phénomène puisse être relativement organisé et répétitif est assez inattendu.

Enfin, sur un plan plus fondamental, il serait intéressant d' examiner si certains phénomènes connus ne peuvent pas être expliqués en incorporant des structures à grande échelle "déterministes" (ou "cohérentes") dans la théorie. Cette constatation a amené à contester la décomposition classique de la vitesse due à Reynolds:

$$\vec{v}(t) = \vec{U} + \vec{v}'(t) \quad (1)$$

Dans l' équation (1), \vec{U} est la vitesse moyenne et $\vec{v}'(t)$ représente la fluctuation turbulente. On a proposé^{165,167} de remplacer cette décomposition classique par une décomposition en trois termes, tenant compte de l' existence d' évènements répétitifs. Si l' écoulement est réellement composé de structures semblables se répétant régulièrement, la vitesse en un point peut se décrire comme la superposition d' un écoulement moyen et de fluctuations apparaissant en des temps t_n admettant une fluctuation aléatoire, soit

$$\vec{v}(t) = \vec{U} + \sum_n \vec{f}_n(t-t_n)$$

Les structures étant mutuellement exclusives, l' extension temporelle Δt_n de la fluctuation $\vec{f}_n(t)$ doit satisfaire la relation $\Delta t_n < t_{n+1} - t_n$. Les "évènements" $\vec{f}_n(t-t_n)$ peuvent être décomposés statistiquement en une partie moyenne et une fluctuation. Si $\langle \rangle$ désigne la moyenne d' ensemble sur un grand nombre d' évènements, on a

$$\langle \vec{f}_n(t) \rangle = \vec{f}(t)$$

$$\text{d' où } \vec{v}(t) = \vec{U} + \sum_n \vec{f}(t-t_n) + \vec{v}'(t) \quad (2)$$

Dans l' équation (2), $\vec{f}(t)$ définit la structure "cohérente" et $\vec{v}'(t)$ décrit la turbulence de "fond". On peut même aller plus loin en suggérant que les structures doivent contribuer directement à la vitesse moyenne ,

ce qui s' exprime par:

$$\vec{v}(t) = \sum_n \vec{f}(t-t_n) + \vec{v}'(t) \quad (3)$$

Les décompositions (2) et (3) précisent la notion de structure : il s' agit d' une "carcasse", d' un "squelette" à grande échelle dont les variations de réalisation en réalisation, dues à la turbulence "fine" classique mais aussi à des écarts de forme, de position et de structure interne, sont mises sur le compte de la notion très vague de "turbulence de fond". Cette dernière notion apparaît, dans ce formalisme, comme l' écart des évènements individuels à la structure moyenne, quelle que soit l' origine de cet écart.

Cette définition de la structure "cohérente" comme étant une structure moyennée sur un grand nombre d' évènements peut sembler relativement contradictoire avec ce qui a précédé. Une structure n' a-t-elle de sens qu' en tant que grandeur moyennée ou bien a-t-elle une existence et un rôle individuels ? C' est bien là l' ambiguïté des conceptions actuelles dans ce domaine. Les deux aspects ont leur importance, mais, comme on s' en apercevra dans les sections suivantes (VI.1.3 et VI.1.4), c' est surtout l' aspect "moyenne d' ensemble" qui a fait l' objet de nombreuses recherches expérimentales.

L' équation (3) a ouvert récemment la voie à des investigations théoriques visant à modéliser un écoulement comme une superposition dans le temps de rouleaux déterministes de forme définie, mais d' échelle, de position et de vitesses de convection différentes. En tenant compte de la statistique de ces différents paramètres, on peut calculer les valeurs moyennées sur le temps des vitesses, les contraintes de Reynolds, etc...¹⁶⁸⁻¹⁷⁰ et trouver une bonne concordance avec les données expérimentales classiques.

1.3 Structures à grande échelle: méthodes de mesure

Il est très important de constater la part capitale qu'ont eue les techniques de visualisation dans la découverte et la caractérisation des structures. Les mesures ponctuelles de vitesse sont souvent illustrées par des visualisations, à la fois pour donner des exemples de réalisations de structures et pour éclairer l'interprétation physique des résultats quantitatifs. On est même arrivé à trancher des différents en utilisant des visualisations.¹⁷¹ La principale qualité des visualisations est de fournir une observation instantanée des phénomènes avec toutes leurs particularités.

La mesure quantitative des propriétés des structures n'a pu se faire qu'indirectement à partir de mesures ponctuelles. La décomposition des équations (2) ou (3) a eu une très grande importance dans ces recherches. Supposons qu'une sonde de référence placée en un point de l'écoulement puisse nous fournir un signal présentant des fluctuations typiques facilement reconnaissables (les fonctions $\vec{f}_n(t-t_n)$ de l'éq. 1b) lorsqu'une structure est présente dans ses environs. Cette fluctuation typique, souvent appelée "signature" de la structure, permet, après traitement, de produire un signal caractérisant la position de la structure. Si on dispose d'un tel moyen de mesurer la "phase" des structures (c'est-à-dire les temps t_n de l'éq. (3)), on peut mesurer la variation temporelle de la vitesse en un point au cours du passage d'une structure.

Comment passer à une description spatiale? Si on suppose (Hypothèse de Taylor) que la structure se déplace sans déformation dans la direction x avec la vitesse "de convection" U_c , on a :

$$\vec{v}(\vec{r}, t) = \vec{v}(\vec{r} - U_c(t - t_0) \vec{I}_x, t_0) \quad (4)$$

et donc

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{v}(\vec{r}, t) = -U_c \frac{\partial}{\partial x} \vec{v}(\vec{r}, t) \quad (5)$$

En mesurant les fluctuations $f_n(y, z, t - t_n)$ de la vitesse au cours du passage d'un grand nombre d'événements ("échantillonnage conditionnel"), en une série de points (y, z) situés dans un plan perpendiculaire à \vec{I}_x , on peut

effectuer la moyenne d' ensemble

$$\bar{f}(y,z,t) = \langle \bar{f}_n(y,z,t) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^N \bar{f}_n(y,z,t)$$

et passer ensuite spatiale en transformant la variable temporelle t en la variable spatiale x par l' utilisation de la relation (5).

Plusieurs points très importants doivent être soulignés.

- 1) L' échantillonnage conditionnel permet de mesurer les propriétés de la structure moyenne, la "carcasse", décrite à la section VI.1.2, où les variations de forme et de détails internes ont été moyennées. Il faut donc être très prudent quand on compare ces résultats avec des visualisations.
- 2) L' hypothèse de Taylor suppose que la structure ne se déforme pas pendant le temps de passage au point de mesure. Cette hypothèse n' est pas toujours valable en cas d' interaction entre structures.¹⁷³
- 3) Un bon moyennage d' ensemble nécessite une connaissance précise des instants t_n apparaissant dans (2) ou (3). Le critère de sélection étant souvent basé sur le traitement du signal d' un vélocimètre ponctuel, la mesure des instants d' apparition des structures n' est pas toujours facile.¹⁷⁴
- 4) Les variations de forme et position des structures entraînent que les signaux typiques détectés par l' électronique de sélection peuvent être occasionnellement assez faibles et considérés comme du bruit. La structure correspondante sera éliminée et l' estimation de la moyenne sera biaisée vers les structures produisant les "signatures" les plus importantes.
- 5) L' utilisation de l' hypothèse de Taylor donne naturellement accès à une des dérivées spatiales de la vitesse. Si la structure moyenne est bidimensionnelle dans le plan (x,y) , le champ de tourbillon peut se déduire par:

$$\vec{v} = u \vec{1}_x + v \vec{1}_y \quad \text{et} \quad \vec{\omega} = \text{rot } \vec{v}$$

$$\text{d' où} \quad \Omega = \vec{\omega} \cdot \vec{1}_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (6)$$

Le facteur 1/2 apparaissant généralement dans la définition du vecteur tourbillon est ici supprimé pour se conformer à l' usage anglo-saxon

("vorticity": $\text{rot } \vec{v}$) très souvent rencontré dans la littérature. Cette quantité est évidemment la propriété fondamentale pour l'identification et la caractérisation des structures tourbillonnaires et c'est vers une meilleure connaissance du champ de tourbillon que tendent les expériences, plus que vers le champ de vitesse lui-même.

- 6) Même si on peut supposer que les structures se déplacent sans déformation, il faut encore pouvoir estimer la valeur de la vitesse de convection !

Puisque les positions, formes et vitesses de convection des structures naturelles sont très fortement dispersées, on a pensé à diminuer cette dispersion en organisant l'écoulement par excitation périodique à la fréquence moyenne des structures naturelles. Les structures devenant périodiques, la connaissance du signal d'excitation suffit pour repérer leur position. En effectuant un échantillonnage périodique de la vitesse en des instants correspondant à une phase fixe du signal d'excitation, on arrive à obtenir un champ de vitesse moyen sans devoir utiliser l'hypothèse de Taylor. L'assimilation des structures périodiques aux structures naturelles est évidemment sujette à caution. Notons encore qu'un moyennage d'ensemble est toujours nécessaire parce que l'excitation diminue la dispersion sans totalement l'annuler et ne supprime pas la turbulence de fond "classique" à faible échelle.

1.4 Exemples de structures

La transition vers la turbulence apparaît souvent comme le résultat d'une série d'instabilités. L'écoulement laminaire voit une (ou plusieurs) fluctuations s'amplifier et donner naissance à des germes de turbulence. En 1883 déjà, O. Reynolds constatait que la transition vers la turbulence dans une conduite circulaire se faisait par bouffées. Ces bouffées, qui naissent après une instabilité de la couche limite près de la paroi, remplissent progressivement toute la conduite et constituent un exemple de structure à grande échelle, les caractéristiques macroscopiques se répétant de bouffée en bouffée, même si celles-ci ne sont pas périodiques. L'existence d'une paroi entourant la structure de tous côtés supprime les possibilités de dispersion latérale. On trouve donc ici des conditions excellentes pour appliquer les techniques d'échantillonnage conditionnel^{175,176}. Un comportement qualitativement semblable peut être observé dans la transition vers la turbulence d'une couche limite laminaire. Lorsque le nombre $Re_\delta = \delta U_\infty / \nu$ (où δ est l'épaisseur de la couche limite et U_∞ la vitesse loin de la paroi; voir la fig.VI.1b) dépasse une valeur critique (quelques centaines), des ondes instables (Tollmien-Schlichting) peuvent se développer et donner naissance à des "spots" localisés de turbulence dont la structure (tridimensionnelle) interne commence à être précisée.^{179,180}

La turbulence développée dans ces deux types d'écoulements n'est pas très bien connue, malgré le très grand nombre d'études qui y ont été consacrées. Dans le cas des couches limites, la tridimensionnalité et la dispersion énorme de forme et d'orientation des structures à large échelle sont responsables de la difficulté d'utiliser les techniques d'échantillonnage conditionnel et même de visualisation^{166,181-183}. Le nombre de structures différentes est très grand et leur nomenclature est très étendue! Il semble que, à côté des très grandes structures dont l'échelle est l'épaisseur de la couche limite, existent une quantité de sous-structures dont le caractère tridimensionnel rend la classification très difficile.¹⁸²

L'extrême complexité de la couche limite turbulente a amené à se tourner vers des écoulements possédant, apparemment, un plus petit nombre de structures à grande échelle: les couches de cisaillement bidimensionnelles ainsi que les jets axisymétriques. A la différence des écoulements cités plus haut où les profils de vitesse de Poiseuille et de Blasius n'admettent pas de points

d' inflexion, la dérivée seconde du profil de vitesse d' une couche de cisaillement change de signe (Fig.VI.1). Ce type d' écoulement est alors théoriquement instable en l' absence de viscosité.¹⁷⁷ La viscosité finie introduit un amortissement qui n' est sensible que pour de très faibles nombres de Reynolds¹⁷⁷.

Il est connu depuis longtemps que la transition, à faible nombre de Reynolds, débute par l' émission de rouleaux instables près de l' embouchure et que l' excitation périodique du jet peut considérablement amplifier ces rouleaux (voir par exemple le réf. 184 pour un jet axisymétrique). Dans le cas de l' écoulement de cisaillement le plus simple (la couche de cisaillement bidimensionnelle: Figure VI.2), ces rouleaux s' amalgament par appariements successifs, formant des structures turbulentes bidimensionnelles dont la dimension est de l' ordre de grandeur de l' épaisseur locale de la couche de mélange (voir ^{21,185-189} et en particulier la réf.188 qui contient une bibliographie très détaillée du sujet). Ces structures peuvent persister jusqu' à des nombres $Re_x = \Delta Ux/\nu$ (où x est la distance à l' embouchure et ΔU est la différence de vitesse au lointain, voir la fig.VI.2) valant plusieurs millions.¹⁸⁷ Le caractère essentiellement bidimensionnel des structures individuelles a permis une application assez aisée des techniques d' échantillonnage conditionnel, même si la bidimensionnalité ne peut être assurée que dans le cas de profils initiaux de vitesse extrêmement peu perturbés¹⁹⁰. Signalons encore que l' écoulement initial ne doit pas être nécessairement laminaire pour observer les phénomènes décrits plus haut. Une couche de mélange initialement turbulente semble subir une instabilité équivalente et former des structures à grande échelle qui, jusqu'ici, n'ont été mise en évidence que par échantillonnage conditionnel.¹⁹¹

Les jets circulaires sont quelque peu plus compliqués à cause de la présence de deux échelles de longueur: le diamètre (D) et l' épaisseur de la couche limite à l' embouchure, généralement beaucoup plus petite que le diamètre. On peut dire que pour $x/D \leq 1$ (où x est la distance à l' embouchure), le jet se comportera comme une couche bidimensionnelle de cisaillement, mais que le caractère cylindrique prendra de l' importance pour $x/D \geq 1$. Les structures apparaissant vers la fin du cône potentiel (voir la fig.VI.2 pour une description classique du jet) seront donc caractéristiques du jet circulaire, même si c' est la couche limite à l' embouchure qui est responsable de leur formation. C' est en 1971 que Crow et Champagne¹⁹³

ont observé que, pour des nombres de Reynolds $Re_D = U_e D/\nu$ (où U_e est la vitesse à l'embouchure) de quelques dizaines de milliers, la turbulence vers la fin du cône potentiel est composée de structures à grande échelle se répétant à une fréquence moyenne donnée par $f_m \approx 0.30 U_e/D$. D'autre part, en excitant le jet à la fréquence f_e , la composante fondamentale (à la fréquence f_e) de la fluctuation de la vitesse sur l'axe reçoit une amplification maximum pour le même nombre de Strouhal ($St_D = f_e D/U_e \approx 0.3$). Les structures se propageant à cette fréquence ont reçu le nom de "mode préféré du jet" et ont été étudiées par échantillonnage conditionnel (structures naturelles) ou périodique (structures produites par excitation périodique) aussi bien pour des conditions initiales laminaire^{194,195} que turbulente^{171,196,199}. Les structures à grande échelle, axisymétriques en moyenne, se déplacent avec une vitesse de convection $U_c = 0.5 U_e$ et peuvent être observées près de la fin du cône potentiel ($x \approx 5D$) jusqu'à des nombres de Reynolds de plusieurs centaines de milliers.^{171,196,199} Dans ce cas, elles deviennent moins fréquentes et n'apparaissent plus que 10 à 15 % du temps.¹⁹⁶ En plus, elles subissent des interactions par fractionnement et appariement partiel.¹⁷¹ Dans le champ lointain, ($x/D > 10$), il est extrêmement difficile de reconnaître des structures organisées.

Tout comme pour la couche plane de mélange, le phénomène d'instabilité primaire est mal compris lorsque la couche limite à l'embouchure est turbulente. Par contre, pour des nombres de Reynolds modérés ($10^3 - 10^5$) et dans le cas d'une couche limite laminaire, la séquence d'instabilités menant à la turbulence est assez bien comprise²⁰⁰ : l'instabilité de la couche de cisaillement laminaire donne naissance à des rouleaux axisymétriques non turbulents qui interagissent par appariement. Après un nombre réduit d'appariements, les structures atteignent un état d'équilibre à un nombre de Strouhal compris entre 0.30 et 0.40. La tridimensionnalité et la turbulence s'introduisent d'abord par une instabilité azimuthale des rouleaux axisymétriques initiaux puis par l'introduction de turbulence à plus fine échelle.

Notons encore que la différence entre l'instabilité de la couche de cisaillement et celle du jet cylindrique a pu être mise en évidence en remarquant que la fluctuation totale (et non plus la composante fondamentale) de la vitesse sur l'axe est la plus fortement amplifiée quand un jet initialement

laminaire est excité vers $St_D \approx 0.85$.^{197,198} Après un appariement, on obtient une structure à $St_D \approx 0.42$ où la turbulence à faible échelle s' introduit. Ces expériences ont permis d' obtenir, par échantillonnage périodique, une description très détaillée du phénomène d' appariement.

1.5 Conclusions

Les techniques expérimentales utilisées pour caractériser les structures à large échelle des écoulements turbulents ne révèlent jamais qu'une partie de l' information souhaitable. Les techniques de visualisation fournissent une vue instantanée des propriétés géométriques macroscopiques des structures tandis que les méthodes d' échantillonnage conditionnel décrivent des propriétés quantitatives moyennées sur un ensemble de réalisations individuelles. L' échantillonnage conditionnel de structures naturelles supprime par moyennage non seulement la turbulence à faible échelle non corrélée avec la structure mais aussi les variations de forme, de position et de structure interne.

La perte d' information occasionnée par l' échantillonnage conditionnel s' illustre de la manière suivante : une structure consistant en une concentration bien délimitée de fluide tourbillonnaire, mais dont la position est très fortement dispersée (turbulence de "phase"), sera décrite, après moyennage sur un grand nombre de réalisations, par une zone de grande dimension et de faible tourbillon. Même si cette représentation reflète une certaine vérité statistique, on a perdu les caractères essentiels des structures individuelles. Ce genre d' effet ne peut être diminué qu' en adoptant des critères de détection plus sophistiqués permettant de localiser les structures et de les réaligner. En plus, l' hypothèse de Taylor, nécessaire pour convertir les mesures temporelles en données spatiales, n' est pas justifiée en cas de structures se déformant rapidement. Pour toutes ces raisons, il est peu recommandable d' utiliser l' échantillonnage conditionnel pour étudier des structures possédant manifestement des sous-structures, par exemple l' appariement de deux rouleaux instables.

L'excitation périodique des jets permet de se passer de l'hypothèse de Taylor et de diminuer considérablement les effets de dispersion. Cependant, il est douteux que l'excitation organise les structures sans en modifier quelque peu les propriétés. Néanmoins, il faut bien noter que l'échantillonnage périodique donne des résultats excellents pour l'étude de la physique des jets excités!

L'importance des techniques de visualisation ne s'est jamais démentie parce qu'elles sont les seules à nous fournir une description physique simple des structures à large échelle. Il apparaît donc que, à côté des mesures moyennées qui donnent une vue statistique du comportement des structures, des mesures instantanées quantitatives pourraient nous fournir une vue objective de celles-ci et préciser quel est leur rôle et leur importance individuels. Comme, rappelons-le, le but de l'expérience à réaliser est d'examiner si la technique de vélocimétrie spatiale proposée est capable de nous fournir ces renseignements, un exemple simple de transition dans un jet circulaire à faible nombre de Reynolds (≈ 2300) a été choisi. Quoique les études des structures soient généralement effectuées à plus haut nombre de Reynolds, cet écoulement a l'avantage de présenter une séquence complète d'évènements (du plus simple au plus compliqué): naissance de rouleaux instables près de l'embouchure, appariement de deux rouleaux successifs, introduction de la tridimensionnalité par instabilité azimuthale et apparition de turbulence à faible échelle dans la structure à grande échelle observée à la fin du cône potentiel.

2. LE DISPOSITIF EXPERIMENTAL

2.1 Conditions initiales du jet

Le jet circulaire utilisé dans cette expérience est schématisé à la figure VI.4. Ce jet est alimenté par des bonbonnes d'air comprimé, le débit étant assez faible (≈ 30 l/min). Quoique les bonbonnes doivent être remplacées régulièrement, ce système d'alimentation a l'avantage d'être exempt des fluctuations périodiques présentes dans les ventilateurs. Le débit, commandé par un simple détendeur, est contrôlé par un rotamètre. Les caractéristiques de l'écoulement à l'embouchure ont été mesurées grâce à un anémomètre à fil chaud linéarisé. La vitesse sur l'axe vaut $U_e \approx 1.73$ m/sec et le nombre de Reynolds vaut $R_e = U_e D / \nu \approx 2300$ ($D=20$ mm; $\nu \approx 1.5 \cdot 10^{-5}$ m²/sec). La figure VI.5 représente les profils des vitesses moyennes et fluctuantes mesurées à $x \approx 0.5$ mm ($x/D \approx 0.025$). Quoiqu'il soit très difficile de linéariser convenablement un fil chaud à d'aussi basses vitesses, on peut remarquer l'excellent accord entre le profil expérimental et le profil de Blasius d'une couche limite laminaire. Comme les mesures ont été effectuées très légèrement en aval de l'embouchure, les derniers points de mesure du côté des faibles vitesses représentent la vitesse du fluide extérieur entraîné par le jet. A cause de la conformation de l'embouchure (figure VI.4B), la composante perpendiculaire à l'axe x est loin d'être négligeable et contribue à la valeur mesurée puisque le fil chaud unique, orienté suivant une direction azimuthale, mesure la vitesse totale avec une bonne approximation. L'épaisseur de la couche limite peut être calculée de plusieurs manières. L'axe des x coïncide avec l'axe du jet et les directions y et z sont des directions radiales. Dans ces axes, on a

$$\vec{v} = u\vec{1}_x + v\vec{1}_y + w\vec{1}_z \quad (7)$$

La moyenne sur le temps de la composante u sera notée \bar{u} . En particulier, on a $\bar{u}(x=0, y=0, z=0) = U_e$. Pour toute distance de l'embouchure, on peut définir l'épaisseur de la couche de mélange par l'épaisseur de déplacement:

$$\delta(x) = \int_0^\infty [1 - \bar{u}(x, y, z=0)/U_e] dy \quad (8a)$$

et l' épaisseur d' impulsion:

$$\theta(x) = \int_0^{\infty} [\bar{u}(x, y, z=0)/U_e] \cdot [1 - \bar{u}(x, y, z=0)/U_e] dy \quad (8b)$$

En $x=0$, on obtient : $\delta = 0.93$ mm et $\theta = 0.35$ mm. Le rapport δ/θ , appelé "facteur de forme", vaut 2.65, ce qui est en bon accord avec la valeur classique pour un profil de Blasius ($\delta/\theta = 2.59$).

La figure VI.6 représente trois profils instantanés à l' embouchure mesurés grâce à la vélocimétrie de speckle. On remarque la croix d' erreur isolée représentant l' erreur moyenne déterminée au IV 1.4.3. Le graphique montre le profil complet dit en "chapeau haut-de-forme", mais la résolution ne permet pas, bien sûr de mesurer les caractéristiques de la couche limite. Le montage optique ayant permis cette mesure sera décrit au point suivant (VI 2.2). La valeur R.M.S de u' (partie fluctuante de u) est montrée à titre indicatif sur la figure VI.5. Ces valeurs correspondent à des vitesses fluctuantes extrêmement faibles (quelques cm/sec) difficiles à déterminer avec un anémomètre à fil chaud. On constate que l' intensité de la turbulence (u'_{RMS}/U_e) dans le coeur du jet ("free stream turbulence") est inférieure à 1%, ce qui est aussi très acceptable pour un jet aussi simple que celui-ci. La figure VI.7 montre le spectre de puissance de cette turbulence mesurée grâce à l' analyse spectrale du signal d' un anémomètre à fil chaud placé sur l' axe du jet en $x=0$. La courbe de la figure VI.7 représente une moyenne de seize spectres de puissance calculés sur des séquences de 1024 échantillons de la vitesse (fréquence d' échantillonnage: 400 Hz). L' échelle verticale étant linéaire, on remarquera que le spectre est relativement "blanc" et s' étend jusqu' à environ 70 Hz, mis à part un pic large et peu marqué entre 50 et 60 Hz. Le fil chaud étant placé dans le plan de l' embouchure, ce très léger renforcement est dû à l' instabilité de la couche de cisaillement comme nous le verrons au VI 2.3.

Ces mesures permettent de conclure que ce jet à faible nombre de Reynolds présente un profil laminaire de vitesse à l' embouchure avec un faible taux de perturbations ne privilégiant pas de fréquence particulière. Un taux de perturbation rigoureusement nul est évidemment impossible et dans notre cas, ce sont justement ces faibles perturbations à peu près également réparties sur le spectre de fréquence qui vont provoquer l' instabilité naturelle de la couche de cisaillement.

2.2 Ensemencement et dispositif optique

Pour réaliser une expérience de vélocimétrie spatiale, il est nécessaire d'ensemencer l'écoulement avec des particules de taille et en nombre satisfaisant les conditions du chapitre III. Un choix correct du mode de production des particules est évidemment indispensable pour la réussite d'une telle expérience. On trouvera dans ²⁰⁰ une description des différents types de générateurs de particules disponibles pour l'ensemencement d'écoulements gazeux. Pour l'expérience présente, le choix s'est très rapidement porté vers un générateur d'aérosol commercial (Norgren type 3040-2S), permettant de produire des gouttelettes d'huile légère (Shell Ondina) de taille micrométrique. Le constructeur (technical sheet 134/501) spécifie que les gouttelettes ont un diamètre maximum de 2 μm et que la majorité des particules ont un diamètre inférieur à 1 μm . Comme il n'est pas précisé dans quelles conditions et avec quelle méthode cette distribution a été obtenue, on a essayé de vérifier ces données, l'aérosol devant être produit sous une pression assez faible ($\approx 1.5 \text{ atm}$).

Trouver un appareil permettant d'effectuer une telle détermination n'est pas chose simple. Le dispositif disponible est un analyseur de particules (Malvern 2200/3300 Particle sizer; ERM, service de Mécanique Appliquée) fonctionnant sur le principe de l'analyse de la distribution angulaire du rayonnement lumineux diffusé vers l'avant par les particules. De très nombreux essais réalisés avec cet appareil n'ont donné aucun résultat fiable. On s'est alors aperçu que, malgré la très grande concentration de particules (une épaisse fumée), l'énergie reçue par les photodétecteurs est extrêmement faible. On a pu constater, en générant numériquement la répartition d'intensité lumineuse correspondant à des distributions arbitraires, que le dispositif est incapable de tenir compte de particules de diamètre inférieur à 3 μm , parce que la majeure partie de l'onde lumineuse est diffusée dans des angles tellement grands qu'elle échappe aux photodétecteurs. C'est là un indice sérieux que les particules ont effectivement un diamètre inférieur à 3 μm .

On a encore tenté de réduire le diamètre des particules en faisant passer l'écoulement dans un réservoir (contenance: 5 l) de manière à ce que les gouttes de grand diamètre se déposent sur les parois. En plus, ce réservoir joue le rôle de chambre de tranquillisation et uniformise le débit des gouttelettes. On peut donc raisonnablement penser que le diamètre maximum des

gouttelettes est de 2 à 3 μm . En conséquence (Annexe III); ces particules peuvent répondre avec fidélité à des fluctuations dont la fréquence est de l'ordre du kilohertz. Ces performances sont suffisantes ainsi que le démontre le spectre de puissance du signal d'un anémomètre à fil chaud placé à $x/D \approx 6$ et $y/D \approx 0.5$ (figure VI.8: moyenne sur 64 spectres). On voit aussi le bruit de l'anémomètre sur la même figure. On peut y constater qu'au delà de 600 Hz, il n'est plus possible de discerner aucune composante turbulente appréciable.

L'utilisation d'un aérosol relativement toxique impose une évacuation efficace de la fumée d'huile. Cette évacuation a été réalisée avec un système schématisé à la figure VI.9. Tout au long de l'expérience, le jet a été disposé verticalement, l'écoulement se faisant de haut en bas. A plus d'un mètre de l'embouchure ($x \geq 50D$) est disposé un entonnoir (posé sur la pointe) où l'écoulement est recueilli et évacué vers la fenêtre d'une pièce voisine. En plus d'éviter d'enfumer rapidement la salle d'expérience, le système d'évacuation sert à diminuer les perturbations apportées au jet par l'atmosphère ambiante. En effet, le fluide arrivant à très faible vitesse à quelques dizaines de diamètres en aval de l'embouchure risque d'être entraîné par les mouvements de convection de l'atmosphère et être réintroduit dans l'écoulement près de l'embouchure. Le système d'évacuation, qui permet "d'aspirer" lentement le fluide du jet, s'est révélé totalement indispensable au bon déroulement de l'expérience. L'aspiration doit bien entendu être suffisamment lente pour ne pas perturber l'écoulement près de l'embouchure. On s'en est constamment assuré en vérifiant, au moyen d'un anémomètre à fil chaud, que la vitesse induite dans la zone de mesure par le ventilateur d'évacuation est négligeable par rapport à la vitesse de l'écoulement principal. En plus, l'expérience était située dans une pièce sans fenêtres et aux portes hermétiquement closes.

Le dispositif optique utilisé pour l'illumination des gouttelettes d'huile est exactement celui décrit au III.1.1.6 et est schématisé à la figure VI.10. Une photographie du montage peut être trouvée à la figure VI.11. La disproportion des dimensions du laser et du jet saute immédiatement aux yeux. Il faut se rappeler que le laser est en vérité une holocaméra et est très largement surdimensionné (en énergie et en taille) pour l'expérience présente.

L'appareil photographique utilisé pour l'enregistrement est un simple appareil reflex 24 x 36, muni d'un macroobjectif de focale 50 mm. L'agrandissement dû à l'objectif varie entre 0.7 et 0.8 et le temps délai entre deux impulsions (énergie ≈ 50 mJ) est généralement de 150 μsec . Notons que ce

temps délai est largement inférieur aux périodes des fluctuations de la vitesse et que le déplacement des gouttelettes pendant ce délai (au maximum $\approx 300 \mu\text{m}$) peut être considéré comme évanouissant. Deux types d'expériences ont été réalisées avec ce montage. La première ^{96a} est l'utilisation directe de ce montage pour photographier les particules emportées par le fluide du jet. Cette expérience a surtout servi à mettre au point les techniques d'enregistrement et d'analyse des clichés. On s'est cependant rapidement rendu compte que si les résultats étaient très encourageants, ils étaient assez difficiles à interpréter parcequ'ils ne pouvaient pas fournir un champ de vitesse s'étendant jusque dans le fluide ambiant entraîné à l'intérieur de la zone de mélange. Aussi, a-t-il été décidé de refaire la même expérience en ensemençant aussi le fluide ambiant proche du jet ^{96b}. En l'absence de direction privilégiée, les phénomènes ont, statistiquement, une symétrie azimuthale. C'est pourquoi il est seulement nécessaire d'ensemencer une moitié du champ de vision. Pour ce faire, une partie de l'écoulement sortant du générateur d'aérosol est détournée et amenée dans un tuyau flexible de grand diamètre (70 mm) qui débouche à l'air libre au niveau de l'embouchure du jet principal (voir schéma à la figure VI.12). Le débit du jet secondaire est réglé de manière à ce que la vitesse de l'écoulement secondaire soit négligeable par rapport à la vitesse du jet. On évite ainsi de perturber l'écoulement principal. On remarquera, sur un grand nombre de photographies, qu'une petite partie du fluide ambiant entraîné n'est pas ensemenché. Cet effet est dû à la difficulté d'introduire de la fumée dans la proximité immédiate de l'embouchure, à cause de la conformation de celle-ci.

2.3 Instabilité du jet

2.3.1 Instabilité de la couche de cisaillement

Un anémomètre à fil chaud placé à $x/D = 1$ et à la distance de l'axe où la vitesse moyenne $\bar{u}(y)$ vaut $U_e/2$ ($y/D \approx 0.5$) mesure un signal où ressort manifestement une fréquence préférentielle. Le spectre de ce signal peut être trouvé à la fig. VI.13 qui est un moyennage de seize spectres de 1024 échantillons (fréquence d'échantillonnage: 400 Hz). Il est très intéressant de noter que les unités (arbitraires) des figures VI.7 et VI.13 sont identiques. Le

spectre de la figure VI.13 représente donc une oscillation autour de $f_p \approx 55$ Hz considérablement plus importante que la turbulence initiale du jet. L'explication physique de cette oscillation peut se trouver à la figure VI.16: la couche de cisaillement subit une instabilité créant des rouleaux axisymétriques.

La fréquence moyenne d'émission des rouleaux peut se comprendre en examinant les propriétés de la couche de cisaillement. La figure VI.14 montre le profil moyen de vitesse à $x/D \approx 0.25$, déterminé grâce à un anémomètre à fil chaud. Sur la majeure partie de la couche, l'accord est excellent avec un profil très largement utilisé dans les études théoriques de stabilité:¹⁷⁷

$$\bar{u}(y) / U_e = \frac{1}{2} [1 + \tanh(y_0 - y) / \nu] \quad (9)$$

avec $\nu \approx 1\text{mm}^2/\text{s}$ et y_0 repère le point où $\bar{u} = U_e/2$

Le désaccord pour les faibles vitesses est dû à la proximité du point de mesure et de l'embouchure. Le profil de vitesse n'a pas encore eu l'espace de se développer entièrement. D'autre part, l'épaisseur d'impulsion définie par l'équation (8b) vaut $\theta \approx 0.43$ mm.

En toute rigueur, l'étude de l'instabilité du jet doit tenir compte de l'axisymétrie. Néanmoins, comme $D/\theta \approx 56$, le comportement du jet va très peu s'écarter de celui d'une couche plane de cisaillement^{201,203} dans laquelle le mode le plus instable est bidimensionnel. Nous aurons donc affaire à une instabilité axisymétrique.

L'analyse linéaire de l'instabilité d'un écoulement bidimensionnel incompressible est classique¹⁷⁷ et peut se faire à partir de l'équation de Navier-Stokes.

$$(\vec{\omega} \times \vec{v}) + \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = - \text{grad}(p/\rho + v^2/2) + \nu \Delta \vec{v} \quad (10)$$

où $\vec{\omega} = \text{rot } \vec{v}$ est le vecteur "vorticité" que nous appellerons tourbillon malgré l'absence du facteur 1/2 généralement rencontré dans la définition. En prenant le rot de (10), on obtient l'équation de transport du tourbillon:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (\vec{v} \text{ grad}) \vec{\omega} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = (\vec{\omega} \text{ grad}) \vec{v} + \nu \Delta \vec{\omega} \quad (11)$$

de phase de la perturbation la plus amplifiée vaut (voir figure VI.15):

$$c = \frac{\delta}{\text{Re}(k)} = \frac{\beta}{\text{Re}(\alpha)} U_e \approx 0.51 U_e \quad (22)$$

(où Re désigne la partie réelle)
et la longueur d'onde de cette oscillation vaudra

$$\Lambda = \frac{c}{f_p} = \frac{2\pi U}{\text{Re}(\alpha)} = 15.6 \text{ mm} = 0.78 D \quad (23)$$

On peut remarquer sur les fig. VI a,b que l'espacement entre deux rouleaux successifs correspond avec une bonne approximation à cette valeur.

Enfin, remarquons que le nombre de Strouhal basé sur le diamètre du jet vaut

$$St_D = \frac{f_p D}{U_e} = \frac{55 \times 0.2}{1.73} \approx 0.64 \quad (24)$$

On peut donc prédire qu'un seul appariement, résultant en une division par deux de la fréquence fondamentale, sera suffisant pour atteindre un nombre de Strouhal correspondant au "mode préféré du jet" ($St_D \approx 0.30$, voir §.1.1.4).

2.3.2 Description du comportement des rouleaux instables

La figure VI.16 montre une série d'évènements caractéristiques depuis $x = 0$ jusque $x/D \approx 5$. Seul le jet estensemencé et l'écoulement est représenté dans sa position physique, du haut vers le bas. Chaque rangée correspondant à une série d'évènements indépendants photographiés à la même distance de l'embouchure. Il est important de remarquer que chaque photographie représente une expérience indépendante et que les colonnes ne montrent pas l'évolution d'une même structure. L'instabilité linéaire de la couche de cisaillement donne naissance à des rouleaux axisymétriques vers $x/D \approx 1$ (figure IV.16.a) qui croissent tout en restant axisymétriques (figure IV.16.b et c). Cette croissance s'accompagne d'un entraînement de fluide extérieur qui prend une forme de spirale à travers le rouleau. Notons que la théorie linéarisée du IV 2.3.1, si elle explique correctement le début de l'instabilité, ne peut décrire la croissance de celle-ci. Seule une théorie tenant compte

des effets non linéaires et visqueux permet de modéliser le développement des rouleaux. Lorsque ceux-ci atteignent une distance de l' embouchure équivalente à approximativement trois diamètres, chacun d' entre eux commence à se mouvoir dans le champ de vitesse induit par les autres. On assiste alors à l' interaction de deux rouleaux successifs. Dans une paire de rouleaux, le rouleau le plus proche de l' embouchure, moins développé que le précédent, voit sa croissance s' arrêter. L' entraînement de fluide extérieur s' interrompt, le rouleau subit un mouvement vers l'axe du jet et s' allonge dans une direction longitudinale tout en accélérant. Le deuxième rouleau décélère mais continue sa croissance en entraînant du fluide extérieur qui "spirale" de plus en plus. Ce dernier rouleau, dit "rouleau lent", tend donc à être "rattrapé par l' intérieur" par le rouleau suivant, dit "rouleau rapide" (figure VI.16 d). On remarquera que, à ce stade de l' évolution, la symétrie gauche-droite des rouleaux commence à devenir approximative. C'est là un signe de tridimensionnalité, celle-ci s' introduisant sans doute par une instabilité azimuthale. On peut aussi remarquer un début d' activité à faible échelle dans les circonvolutions du rouleau lent. Enfin, et ceci est très important, il apparaît très clairement sur la figure VI.16 d que les détails de forme et de position des rouleaux interagissant peuvent différer de réalisation en réalisation. En plus de la difficulté d' invoquer l' hypothèse de Taylor dans une telle situation, cette dispersion des propriétés handicape très fortement les techniques de mesures basées sur l' échantillonnage conditionnel de signaux ponctuels. La figure VI.17 montre quelques photographies du même phénomène, réalisées avec un plus grand champ.

Lorsque les rouleaux sont dans une configuration où leurs centres de gravité sont à la même distance de l' embouchure, ils forment une nouvelle structure "appariée" où l' activité tridimensionnelle et à faible échelle devient importante. Les deux anciens rouleaux, initiateurs de la structure, peuvent être reconnus et plus particulièrement le rouleau "rapide" qui a tendance à être aspiré dans le rouleau lent et à prendre une forme de croissant dont la convexité est tournée vers l' axe du jet (figs.VI.16.e et f) . Notons que depuis le stade décrit par la figure IV.16d , le fluide extérieur continue à "nourrir" la structure et à être entraîné dans l' espace compris entre les deux rouleaux. Les structures résultant de l' appariement de deux rouleaux successifs caractérisées par un nombre de Strouhal valant $St_D = 0.64/2 = 0.32$, ont une dimension de l' ordre du diamètre de l' embouchure et se propagent jusqu'à la fin du cône potentiel tout en devenant de plus en plus tridimensionnelles et de plus en plus "contaminées" par de la turbulence à fine échelle.

Le mélange très compliqué de fluide du jet et de fluide ambiant empêche toute analyse du champ de vitesse si le fluide ambiant n'est pasensemencé (comme à la figure VI.16). La figure VI.18 montre quelques réalisations des mêmes évènements avec la moitié droite de l'écoulement ambiantensemencé avec les mêmes particules, mais avec une différence de concentration suffisamment importante pour pouvoir encore discerner la limite entre fluide ambiant et fluide du jet. On peut y constater que l'ensemencement n'est pas toujours parfait à cause des problèmes géométriques liés à l'embouchure (figure VI.4 et VI.12). Les photographies des figs. VI.18 d'et e représentent des structures à grande échelle situées vers $x/D \approx 6$. On peut y remarquer l'importante activité turbulente, qui rend l'identification visuelle de ces structures assez difficile.

2.4 Détection des structures

On a pu remarquer aux figures VI.16,17 et 18 que les rouleaux et structures qui y sont représentés, occupent le centre de la photo. En déclenchant le laser au hasard, on obtiendrait évidemment des rouleaux dans des positions aléatoires. Il est donc nécessaire de synchroniser la prise de vue avec le passage des évènements intéressants. C'est une application des principes d'échantillonnage conditionnel décrits plus haut. La différence avec les techniques classiques réside dans le fait que, ici, tout un champ est enregistré et non plus des données ponctuelles en nombre restreint.

La détection du passage des rouleaux et structures peut se faire en s'aidant du signal d'un anémomètre à fil chaud. La figure VI.19 montre des signaux typiques d'un fil chaud placés en différents endroits. Dans chaque photographie, la courbe supérieure représente les fluctuations du signal tandis que la courbe inférieure représente sa dérivée (après filtrage passe-bas de la fluctuation avec une fréquence de coupure de 600 Hz). On peut suivre sur ces signaux l'appariement progressif de deux rouleaux ainsi que la division de fréquence qui en résulte. On observe aussi l'apparition de turbulence à l'intérieur du phénomène récurrent. Lorsque le fil chaud est placé à $x/D \approx 1$; $y/D \approx 0.5$ (dans une direction azimuthale perpendiculaire au plan éclairé), les maxima du signal ou de sa dérivée permettent de détecter la naissance des rouleaux instables. C'est de cette manière que les photos de la figure

IV.16a ont été prises. Comme le fil chaud placé dans la couche de cisaillement perturbe très peu l'écoulement et que la vitesse de propagation varie très peu tant que les rouleaux n'interagissent pas, on peut "suivre" ces rouleaux en les détectant vers $x/D = 1$ et en déclenchant le laser avec un retard correspondant à leur temps de propagation de la zone de détection à la région à photographier. Les photos des figures VI.16 b et c (délais: respectivement une période (≈ 18 msec) et deux périodes (≈ 36 msec)) et VI.18 a (délai: une période: ≈ 18 msec) ont été réalisées ainsi.

Il n'est pas possible de suivre les rouleaux plus loin parce que le phénomène d'appariement induit de fortes variations dans les vitesses de convection. On est alors obligé de détecter les événements dans la région où on veut les photographier et utiliser les signaux du fil chaud lorsque celui-ci est placé sur l'axe du jet. On voit sur la figure VI.19c que, à partir de $x/D \approx 3$, le signal sur l'axe a vu sa fréquence divisée par deux. Le maximum de la vitesse correspond au moment où le fil chaud se trouve dans la section où la colonne centrale du jet est la plus contractée (voir figures VI.16 d, VI.17, VI.18b). La position du fil chaud correspond alors au centre de la structure. Le maximum de la dérivée permet de synchroniser le déclenchement du laser avec la partie ascendante du signal, c'est-à-dire avant que la région centrale de la structure n'aborde le fil chaud. On arrive ainsi à détecter les structures jusque $x/D \approx 5$ (voir les figures VI.16 d,e,f et VI.18 b et c où le fil chaud est visible). A partir de cette distance, la dérivée comporte de trop grands pics liés à la turbulence de fond et devient inutilisable. On doit alors utiliser le signal original du fil chaud qui comporte des pics à une fréquence moyenne de 27 Hz ($St_D \approx 0.32$). La figure VI.20 représente quelques signaux typiques à $x/D \approx 6$ montrant la grande dispersion en fréquence de ces pics et l'effet de la turbulence de fond. La ligne continue des photographies de cette figure représente le niveau zéro.

Le circuit analogique effectuant la détection est schématisé à la figure VI.21 et un plan détaillé peut se trouver à la figure VI.22. Ce circuit a été conçu pour pouvoir fonctionner dans une large gamme de fréquences (jusqu'à environ 1 kHz). C'est pourquoi le premier étage est un filtre passe-bas (Butterworth du deuxième ordre) dont la fréquence de coupure vaut 600 Hz et qui peut être court-circuité si la période du signal à analyser dépasse quelques centaines de Hertz. Après filtrage passe-haut ($f_c \approx 5$ Hz) pour supprimer la composante continue et après amplification, le signal est dérivé dans un filtre passe-haut du premier ordre à haute fréquence ($f_c \approx 4800$ Hz).

Après une nouvelle amplification, le signal est introduit dans un trigger de Schmitt qui fournit des suites d'impulsions dont l'état haut correspond aux moments où le signal d'entrée excède un niveau réglable (figure VI.21). Le bistable JK sélectionne, sur commande manuelle, une de ces impulsions qui est envoyée, après un délai réglable à l'entrée de commande extérieure du laser. Le filtre dérivateur peut être court-circuité si on désire utiliser directement les fluctuations du signal du fil chaud pour produire les impulsions de synchronisation.

Une des fonctions réalisées par les systèmes classiques d'échantillonnage conditionnel n'a pas d'équivalent dans ce simple circuit analogique: l'alignement longitudinal des structures. Comme les signaux sont mémorisés et analysés a posteriori, il est possible d'aligner toutes les structures par rapport à un instant bien défini: maximum de la fluctuation, passage par zéro de la fluctuation, etc... Dans notre cas, le détecteur fonctionne en temps réel et la synchronisation se fait sur un niveau. La hauteur des fluctuations variant de réalisation en réalisation, ce système simple de détection introduit une dispersion longitudinale des structures photographiées. Il faudra prendre garde à cet effet lorsque l'on comparera des structures typiques détectées au même endroit.

3. RESULTATS ET DISCUSSION

La séquence d'évènements décrits au VI.2.3.2 va être analysée plus en détail. Pour chaque étape du développement des rouleaux, de leur interaction et de leur transformation en structures à grande échelle, on va sélectionner des "images typiques" que l'on quantifiera en utilisant la vélocimétrie de speckle. Tout au long de cette analyse, on essaiera de garder deux objectifs en mémoire:

- 1) essayer de montrer un éventail complet des possibilités de mesures -et des limitations - de la technique.
- 2) essayer de montrer que l'information spatiale fournie par la technique de mesure peut aider à la compréhension de la physique des phénomènes.

Les résultats des deux types d'expériences (avec ou sans ensemencement du milieu extérieur) seront mélangés dans ce qui va suivre. Mis à part l'ensemencement, la différence marquante entre les deux expériences réside dans le mode d'analyse des photographies. La première expérience a fortement contribué à la mise au point des techniques d'analyse et les deux méthodes (moyennage de l'intensité et moyennage des autocorrélations) ont été utilisées en vue d'une comparaison systématique. Les vitesses présentées dans la suite ont été mesurées grâce à la technique d'autocorrélation, sauf dans quelques cas exceptionnels où, le nombre de franges étant trop faible, on a eu recours à la technique interactive de moyennage de l'intensité. Par contre, le nombre de mesures à effectuer pour la deuxième expérience étant beaucoup plus grand (≈ 9000 points de mesures), seule la technique de moyennage de l'intensité, beaucoup plus rapide, a été utilisée. Pour la première expérience, le diamètre du faisceau d'éclairage de la photographie était de 0.5 mm pour un agrandissement d'environ 0.7. Pour la deuxième expérience (grandissement 0.8), le diamètre était de 0.6 mm. Les deux séries de mesures ont donc été effectuées avec une résolution de $0.5/0.7 \approx 0.6/0.8 \approx 0.75$ mm.

3.1 Etude du développement de l'instabilité et des rouleaux isolés

Les figures VI.23 et VI.25 montrent des photographies analogues à celles de la fig. VI.16 a. et b. Les photographies ont été orientées ici dans le sens conventionnel (écoulement de gauche à droite). Les figures VI.24 et VI.26 représentent la vitesse mesurée le long de l'axe du jet. Seule la composante longitudinale est représentée, la composante transversale étant négligeable. Comme à la fig. VI.6, on a dessiné une croix d'erreur unique correspondant à une incertitude - moyenne, rappelons-le - de $2.5 \mu\text{m}$ sur la valeur mesurée du déplacement. On peut observer sur ces graphiques le développement de l'instabilité spatiale et remarquer en particulier que la longueur d'onde de la fluctuation périodique vaut $\Lambda \approx D$, ce qui est plus important que la valeur donnée par la théorie linéaire [éq.(23)]. Celle-ci ne décrit bien sûr que le début de l'instabilité et ne peut prédire la vitesse de propagation et la longueur d'onde de la fluctuation induite sur l'axe du jet.

La figure VI.27 est une reproduction d'une photographie analogue à celles de la fig. VI.6c. Le rouleau a été détecté à $x/D=1$ au moyen d'un fil chaud placé en $y/D \approx 0.5$ et le laser a été déclenché après un retard équivalent à deux périodes de la fluctuation ($2/f_p \approx 36 \text{ msec.}$). La fig. VI.28a représente la vitesse mesurée le long de l'axe du jet et montre que, à cette distance de l'embouchure, l'interaction des rouleaux débute déjà et que les fluctuations de vitesse sur l'axe se mélangent pour ne plus former qu'un signal de fréquence $f_p/2$. La fig. 28b représente la vitesse longitudinale mesurée le long d'une ligne transversale située en $x/D=2.33$, lorsque la section du coeur du jet est la plus petite. C'est dans cette section que la vitesse atteint son maximum qui correspond à $u/U_e \approx 1.1$.

La fig. VI.29a représente le champ de vitesse au sein d'une des deux sections visibles du rouleau axisymétrique. Le pas de mesure sur la photographie est de 0.5 mm ce qui correspond, compte tenu de l'agrandissement, à un pas réel de $\approx 0.75 \text{ mm}$. La fig. 29b montre le même écoulement vu dans un référentiel se déplaçant avec une vitesse $U_c = 0.52 U_e$.

Comme on peut le voir sur la fig. VI.29, le nombre de points de mesure est assez réduit, et aucune information sur le fluide ambiant entraîné n'est disponible. Ce problème est résolu par l'ensemencement du fluide extérieur comme décrit au VI.2.2. Les figures VI.30 et VI.33 montrent deux photographies analogues à celles de la fig. VI.18a. Les champs de vitesse des

sections visibles de ces rouleaux axisymétriques ont été déterminés sur une maille dont le pas vaut 5 mm sur la photographie (pas réel: 0.65 mm). Les champs de vitesse peuvent être trouvés aux figures VI.31 et VI.34. Les figures VI.31a et VI.34a représentent les vitesses absolues tandis que la vitesse de convection $U_c = 0.55 U_e$ a été soustraite aux figures VI.32b et VI.35b. On y visualise aisément le rouleau des figures VI.30 et VI.33 ainsi que les extrémités des deux rouleaux adjacents. La frontière extérieure du champ de vitesse est irrégulière et reflète la limite au delà de laquelle le déplacement devient trop faible pour pouvoir être mesuré (trop peu de franges).

Avec ces données, une estimation de la distribution de la composante azimutale du vecteur tourbillon peut être tentée (équation VI.6). Si le couple d'indices (i,j) définit un point de mesure, un simple algorithme de différences centrées donne une estimation du tourbillon

$$\Omega(i,j) \approx \frac{M}{s} \left[\frac{v(i+1,j) - v(i-1,j)}{2} - \frac{u(i,j+1) - u(i,j-1)}{2} \right] \quad (25)$$

où s est le pas de mesure sur la photo (0.5 mm) et M est l'agrandissement de la photographie. Ce raisonnement ne peut être appliqué sur les bords du champ de vitesse ou quand des données sont manquantes. Dans ce cas, on effectue, quand c'est possible, une estimation sur deux points

$$\frac{\partial v}{\partial x} \approx \pm [v(i \pm 1, j) - v(i, j)] \frac{M}{s} \quad (26)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} \approx \pm [u(i, j \pm 1) - u(i, j)] \frac{M}{s}$$

Les figures VI.32a et VI.35a montrent les lignes de contour de la variable non dimensionnelle Ω/f_p où f_p est la fréquence d'instabilité (55 Hz). On y remarque un beau succès de la méthode: la précision sur les mesures de vitesse est suffisante pour vérifier que l'écoulement est potentiel non seulement près de l'axe (ce qui est naturel, puisque les gradients de vitesse y sont très faibles), mais aussi dans le fluide ambiant entraîné qui était initialement au repos. Ce résultat appelle quelques remarques très importantes:

1) L'algorithme (25) est évidemment extrêmement sensible aux erreurs de mesures. Si on remarque que les vitesses u et v peuvent s'écrire sous la forme

$$u = \frac{d_x}{M \cdot \Delta t}$$

$$v = \frac{d_y}{M \cdot \Delta t}$$

où M est le grandissement, Δt le délai entre les deux impulsions et d_x , d_y les déplacements mesurés sur la photographie, l'équation (25) devient

$$\Omega = \frac{1}{s \cdot \Delta t} \left[\frac{d_y(i+1,j) - d_y(i-1,j)}{2} - \frac{d_x(i,j+1) - d_x(i,j-1)}{2} \right] \quad (27)$$

On peut calculer l'ordre de grandeur de l'incertitude sur Ω dans un cas typique

$$s = 0.5 \text{ mm}$$

$$\Delta t = 150 \text{ } \mu\text{sec}$$

$$d_x = 200 \text{ } \mu\text{m}$$

$$\Delta d_x = 2.5 \text{ } \mu\text{m}$$

$$\alpha = 20^\circ$$

$$\Delta \alpha = 1^\circ$$

$$d_y = \text{tg} \alpha d_x$$

On a alors

$$\frac{\Delta \Omega}{f_p} = \frac{1}{s \Delta t f_p} \left[\Delta d_x + \text{tg} \alpha \Delta d_x + \frac{\Delta \alpha}{\cos^2 \alpha} d_x \right] \quad (28)$$

$$\approx 1.8$$

ce qui correspond à 15% de la valeur maximum du tourbillon de l'écoulement de la figure VI.30. Il est donc tout à fait inutile de représenter le champ de tourbillon par des contours moins espacés. Pour les points où des estimations des dérivées du type (26) doivent être utilisées, la

précision chute d'un facteur deux. Ceci explique que des points de la frontière sont parfois entourés par un segment de contour isolé. La numérotation de ces segments sera parfois omise.

Ces ordres de grandeur de l'imprécision montre qu'il faut considérer ces valeurs du champ de tourbillon comme une estimation, et pas vraiment comme une mesure.

- 2) Les courbes présentées aux figures VI.32 et VI.35 sont des courbes expérimentales non lissées. Leur comportement sinueux n'est que le reflet de l'imprécision de l'estimation.
- 3) Il faut rappeler que les variations de tourbillon plus rapide que le pas de mesure ne peuvent pas être estimées correctement (théorème de Shannon!). En plus, l'estimation par différenciation sur trois points effectuée en fait une convolution et produit une "diffusion numérique" du tourbillon. C'est pourquoi il est impossible de déterminer la valeur exacte du tourbillon dans le fin "bras" de fluide ambiant qui est entraîné dans un mouvement spiralé loin à l'intérieur du rouleau.

On peut remarquer la fine zone tourbillonnaire centrée sur l'interface jet-ambiance en amont du rouleau (figures VI.32a et VI.35a). La présence d'un tourbillon non nul sur cette frontière est parfaitement logique puisque le fluide appartenant à cette frontière provient de la couche limite du jet, c'est-à-dire de la région de l'embouchure où le tourbillon est maximum. On pourrait même s'étonner de la faible valeur du tourbillon en cet endroit, et ce d'autant plus que la valeur du tourbillon sur l'interface en aval du rouleau est encore plus faible. Des mesures par échantillonnage périodique dans un jet excité à $St_D = 0.85$ ¹⁹⁸, et où les nombres de Reynolds basés sur l'épaisseur d'impulsion sont comparables ($Re_\theta \approx 93$ pour $Re_\theta \approx 40$ dans notre expérience), ont révélé essentiellement le même comportement: l'instabilité produit une "allée" de rouleaux tourbillonnaires séparés par des "filaments" de faible tourbillon. Ce phénomène, que l'on verra s'accroître en aval, peut être expliqué en remarquant^{198,204} que l'accumulation de tourbillon dans les rouleaux se fait en étirant fortement l'interface jet-ambiance qui est entraînée dans un mouvement spiralé à l'intérieur du rouleau. L'interface isolée séparant les rouleaux est fortement étirée et amincie. C'est la diffusion visqueuse qui empêche l'amincissement de la couche de tourbillon accompagnant cet interface et qui y fait peu à peu disparaître le gradient de vitesse. Notons que le temps

caractéristique de relaxation d'une couche de tourbillon d'épaisseur $d=0.5\text{mm}$ vaut $d^2/\nu = 17$ msec, ce qui est de l'ordre de grandeur d'une période de l'instabilité.

L'accumulation de tourbillon dans un volume de grande dimension caractéristique (le rouleau) est un moyen de résister à la diffusion visqueuse, mais pas de le supprimer, le tourbillon se redistribuant à l'intérieur du rouleau. Les valeurs maxima du tourbillon des figures VI.32a et VI.35a correspondent respectivement à 58% et 50% du tourbillon maximum présent dans la couche limite de Blasius. Compte tenu des marges d'erreurs sur ces valeurs, elles sont en bon accord avec les mesures effectuées dans un jet excité²⁰⁴.

On peut aussi tester la validité des mesures en remarquant que l'écoulement illustré aux figures VI.31 et VI.34 est quasiment axisymétrique. La connaissance des composantes de vitesse u et v est donc suffisante pour vérifier si l'écoulement se révèle incompressible comme son faible nombre de Mach (5.10^{-3}) le laisse supposer. En fait, les erreurs de mesure vont produire un "taux de dilatation fictif" $\frac{\Delta\rho}{\Delta t}$ donné par (voir Fig. VI.42) :

$$\frac{\Delta\rho}{\rho\Delta t} = -\text{div } \vec{v} = -\left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{u}{y}\right) \quad (29)$$

Si $d_x = \Delta t u$ et $d_y = \Delta t v$ sont les déplacements mesurés, le champ de déplacement produit une dilatation relative fictive

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \left(\frac{\partial d_y}{\partial y} + \frac{\partial d_x}{\partial x} + \frac{d_x}{y}\right) \quad (30)$$

D'autre part, on peut aussi comparer les valeurs trouvées à la valeur maximum du tourbillon

$$\frac{\Delta\rho}{\rho\Delta t\omega_{\max}} = -\frac{\text{div } \vec{v}}{\omega_{\max}} = -\frac{1}{\omega_{\max}} \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{u}{y}\right) \quad (31)$$

Ce calcul a été effectué pour le champ de vitesse des figures VI.31 et VI.34 pour $1 \leq i \leq 40$. On élimine de ce fait quelques rangées de mesures situées à l'extrémité aval du champ de vitesse où l'axisymétrie est mal assurée.

En ne tenant pas compte des valeurs trouvées sur les bords (imprécision plus grande), on trouve les valeurs statistiques suivantes:

1. Figure VI.32

$$\left(\frac{\Delta\rho}{\rho\Delta t w_{\max}}\right)_{\max} = 0.14$$

$$\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)_{\max} = 0.017$$

$$\left\langle \frac{\Delta\rho}{\rho\Delta t w_{\max}} \right\rangle = 0.008$$

$$\left\langle \frac{\Delta\rho}{\rho} \right\rangle = 9 \cdot 10^{-4}$$

$$\left\langle \left| \frac{\Delta\rho}{\rho\Delta t w_{\max}} \right| \right\rangle = 0.035$$

$$\left\langle \left| \frac{\Delta\rho}{\rho} \right| \right\rangle = 4 \cdot 10^{-3}$$

2. Figure VI.35

$$\left(\frac{\Delta\rho}{\rho\Delta t w_{\max}}\right)_{\max} = 0.23$$

$$\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)_{\max} = 0.024$$

$$\left\langle \frac{\Delta\rho}{\rho\Delta t w_{\max}} \right\rangle < 5 \cdot 10^{-4}$$

$$\left\langle \frac{\Delta\rho}{\rho} \right\rangle < 5 \cdot 10^{-5}$$

$$\left\langle \left| \frac{\Delta\rho}{\rho\Delta t w_{\max}} \right| \right\rangle = 0.035$$

$$\left\langle \left| \frac{\Delta\rho}{\rho} \right| \right\rangle = 3.6 \cdot 10^{-3}$$

Ces valeurs montrent que la dilatation fictive est très faible. Notons que l'ordre de grandeur moyenne calculée précédemment pour le tourbillon (équation VI.28) s'applique ici aussi et que les valeurs de $(\Delta\rho/\rho\Delta t)_{\max}$ sont encore dans cette marge d'erreur.

Terminons cette analyse en remarquant que la vérification de l'irrotationnalité de l'écoulement entraîné est d'autant plus appréciable que cet écoulement est loin d'être uniforme et que les gradients de vitesse peuvent y être importants. A titre d'illustration, les figures VI.32b et VI.35b représentent les isocontours de la vitesse de déformation angulaire ($\dot{\theta}$) proportionnelle au terme diagonal du tenseur des vitesses de déformation

$$\dot{\theta} = - \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (32)$$

On y voit que cette vitesse de déformation angulaire est importante dans le fluide entraîné où le tourbillon est faible.

3.2 Interaction des rouleaux

3.2.1 Mesures ponctuelles

La figure VI.36 montre un évènement typique du début de l'interaction entre deux rouleaux, avec l'écoulement extérieur nonensemencé. La figure VI.37a représente la variation de la vitesse le long de l'axe. On y remarque la forte oscillation dont la fréquence est maintenant la moitié de la fréquence d'instabilité ($St_D \approx 0.32$). Notons l'ombre du fil chaud de synchronisation à $x/D = 3.5$. La figure VI.37b montre les profils transversaux de u et v pour différentes distances de l'embouchure. On y voit l'effet d'accélération lié à la diminution de section du coeur et la relaxation de ce profil quasi uniforme en un profil en "cloche". La dispersion sur les valeurs de v provient des effets cumulés de l'erreur sur la composante u et sur l'angle de la vitesse, comme au V.2. La figure VI.38a montre le champ de vitesse des rouleaux tel qu'il est mesuré dans des axes absolus, tandis qu'une vitesse de convection valant $U_c = 0.40 U_e$ est soustraite à la figure VI.38b. On y remarque l'importance de la vitesse relative des deux rouleaux ainsi que le gradient longitudinal de vitesse à l'intérieur

du rouleau "rapide". C'est ce gradient qui est responsable de l'allongement rapide qui déforme ce rouleau.

On peut se demander quelle est la cause de ce phénomène. Comment un rouleau peut-il en "capturer" un autre? En fait, dans un couple de rouleaux, le rouleau "aval" est plus "agé" et de plus grandes dimensions que le rouleau "amont". Celui-ci est alors entraîné dans le mouvement induit par celui-là. Remarquons que ce phénomène d'entraînement qui tend à faire passer un rouleau à l'intérieur de l'autre est tout-à-fait analogue au mouvement relatif des "anneaux de fumée de cigarette". Le mouvement de deux anneaux filiformes de tourbillon a été décrit déjà au siècle passé²⁰⁵ et montre ce comportement. Remarquons que, dans cette description, ce phénomène est non-visqueux et que chaque anneau se déplace dans le champ de vitesse potentiel de l'autre. Beaucoup plus récemment, on a pu démontrer numériquement que deux rouleaux bidimensionnels de dimension finie (et de répartition uniforme de tourbillon) peuvent s'apparier dans un mouvement relatif similaire²⁰⁶.

Le phénomène réel auquel nous avons affaire est beaucoup plus compliqué et la viscosité ainsi que l'axisymétrie du jet y jouent un très grand rôle, comme nous allons nous en apercevoir à l'analyse de la figure VI.39 qui représente le même stade d'évolution de l'écoulement, mais avec l'ensemencement additionnel de l'atmosphère ambiante. La figure VI.40a montre le champ de vitesse dans les axes absolus et la figure VI.40b représente le même champ de vitesse après soustraction d'une vitesse de convection $U_c = 0.44 U_e$. Comme précédemment, la frontière du champ de vitesse est le lieu des points où la vitesse devient trop faible pour pouvoir être mesurée par le système d'analyse d'images.

Les figures VI.41a et VI.41b montrent respectivement le champ de tourbillon et de vitesse de déformation de l'écoulement de la figure VI.39. On vérifie à nouveau que l'écoulement entraîné est potentiel (figure VI.41a) bien que le gradient de vitesse y soit non négligeable (figure VI.41b). On peut remarquer que les frontières de la "langue" de fluide potentiel entraîné ne coïncide pas exactement avec l'interface entre le fluide du jet et l'atmosphère. Cet effet est sans doute dû en partie aux difficultés de positionnement précis de la photographie. Quoique la position relative des points de mesure soit connue avec grande précision, leur position absolue ne peut être établie que par rapport à des marques de repérage dont la position

peut difficilement être mesurée à mieux de un à deux dixièmes de millimètres. La distance entre deux points de mesure étant de 0.5 mm, un très léger décalage des contours de la figure VI.41 correspondant à cette imprécision les ramènerait en meilleure coïncidence avec les interfaces.

Il apparaît immédiatement à l'examen de la figure VI.41a que le tourbillon dans la partie interne du rouleau rapide est très faible. Deux effets concourent à produire cette baisse spectaculaire du tourbillon :

- 1) Les effets visqueux déjà rencontrés au 3.1. On peut vérifier aux figures VI.41a et VI.41b que la vitesse de déformation angulaire est devenue importante et que l'écoulement au sein du rouleau rapide admet un fort cisaillement latéral. L'interface interne, dont le tourbillon avait déjà décru par diffusion visqueuse, s'amincit encore du fait de l'allongement d'ensemble du rouleau. Il en résulte que le tourbillon associé à cette région subit une diminution supplémentaire (figure VI.41a). On remarque que le tourbillon reste encore important dans la partie amont du rouleau où l'effet d'allongement est moins important.
- 2) D'autre part, l'écoulement peut encore être considéré comme approximativement axisymétrique. Dans le cas de la symétrie de révolution, l'équation de transport du tourbillon (11) peut se simplifier

$$\frac{d\vec{\omega}}{dt} = (\vec{\omega} \text{grad})\vec{v} + v\Delta\vec{\omega}$$

$$\text{avec } \vec{\omega} = \Omega \vec{1}_\theta$$

$$\vec{v} = u \vec{1}_x + v \vec{1}_y \quad (\text{figure VI.42})$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{\partial\Omega}{\partial t} + u \frac{\partial\Omega}{\partial x} + v \frac{\partial\Omega}{\partial y}$$

$$= \frac{v\Omega}{y} + v \left(\frac{\partial^2\Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Omega}{\partial y^2} + \frac{1}{y} \frac{\partial\Omega}{\partial y} - \frac{\Omega}{y^2} \right) \quad (31)$$

$$\text{ou encore }^{178} \text{ puisque } v = \frac{dy}{dt}$$

$$\frac{d}{dt} (\Omega/y) = \frac{v}{y} \left[\frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial y^2} + \frac{1}{y} \frac{\partial \Omega}{\partial y} - \frac{\Omega}{y^2} \right] \quad (32)$$

On en déduit que l'équation d'Euler s'écrit $d(\Omega/y) / dt = 0$, ce qui peut s'expliquer aisément en appliquant les deux principes de conservation à un élément de surface dS (figure VI.42) en mouvement incompressible axisymétrique

-Conservation de la masse (ou du volume)

$$2\pi y dS = 2\pi y' dS' \quad (33)$$

-Conservation de la circulation de la vitesse autour de dS

$$\Omega dS = \Omega' dS' \quad (34)$$

En divisant terme à terme (34) par (33), on trouve

$$\frac{\Omega'}{y'} = \frac{\Omega}{y} \quad (35)$$

ce qui est bien le résultat annoncé.

On peut remarquer que l'allongement du rouleau "rapide" est accompagné d'un mouvement vers l'axe. Les relations (32) ou (35) nous apprennent alors que, même en l'absence de viscosité, ce mouvement doit faire diminuer le tourbillon. Quoique l'écoulement ne soit plus parfaitement axisymétrique, cette dernière conclusion peut encore s'y appliquer qualitativement et explique pourquoi le mouvement vers l'axe et les effets visqueux associés à l'allongement des interfaces internes y font quasiment disparaître le tourbillon (figure VI.41a).

3.2.2 Mesures par filtrage spatial

Jusqu'ici, les mesures ont été uniquement ponctuelles. Les quelques essais de filtrage spatial qui ont été réalisés ont rapidement montré que les franges se détachent très mal sur un fond uniforme de bruit et que le nombre de franges observables est très réduit. On va illustrer les résultats que l'on peut obtenir avec cette technique pour ce stade de l'évolution des rouleaux, et plus particulièrement pour la photographie de la figure VI.36. Comme on l'a vu au chapitre V, ces franges doivent généralement être enregistrées au moyen de films à haut contraste de manière à mieux les faire "sortir" du bruit de fond. Ce genre de "trucage", de manipulation de l'intensité de l'image peut se faire de manière beaucoup plus souple en utilisant le système d'analyse d'images décrit au IV.1.4.2. L'image filtrée est alors simplement formée sur le tube vidicon et transférée dans l'ordinateur pour transformation. Les figures VI.43 et VI.44 montrent des exemples d'images filtrées. En plus d'un schéma de la numérotation des franges, on trouvera aux figures VI.43b et VI.44b les franges d'égale composante de vitesse avant traitement numérique (mais après reproduction photographique !). Le contraste de ces images est d'abord accentué en transformant l'intensité de chaque pixel suivant la fonction de transfert de la fig. VI.45. Après un filtrage numérique passe-bas du résultat et une nouvelle accentuation du contraste, on obtient les franges d'égale composante de vitesse des figs. VI.43c et VI.44c.

Bien que le dépouillement soit beaucoup plus rapide que pour l'analyse ponctuelle, l'imprécision et la mauvaise qualité de l'information fournie par le filtrage spatial rend cette technique peu recommandable pour obtenir des données précises avec une grande résolution spatiale. On notera que les limitations de la méthode apparaissent très rapidement pour ce genre d'écoulements quand on essaye d'augmenter le nombre de franges. Un grand nombre de franges peut être observé dans le coeur du jet, mais les franges disparaissent rapidement dans les rouleaux. En effet, à cause du gradient de vitesse, l'interfrange devient plus petit que le grain de speckle. On ne peut compenser cet effet qu'en augmentant le diamètre de trou de filtrage, mais alors le déplacement près de l'axe devient plus grand que le grain de speckle et les franges d'ordre supérieur disparaissent.

3.3 Appariement des rouleaux

La section précédente (VI.3.2) décrivait l'interaction "à distance" des rouleaux. Vers $x/D = 4$, on assiste à l'appariement par "fusion" de parties de rouleaux, comme illustré à la figure VI.46 qui montre une structure appariée détectée à $x/D = 4.5$. L'extrémité aval du rouleau rapide a pris une forme incurvée caractéristique et s'insère dans le rouleau lent qui continue son mouvement en spirale, et continue à être "nourri" par le fluide du coeur du jet et par du fluide ambiant entraîné dans l'espace compris entre les deux rouleaux. Les figures VI.47a et VI.47b montrent les composantes longitudinales de vitesse mesurées respectivement le long de l'axe et le long d'une direction transversale située à $x/D = 3.90$. On y remarque l'amplitude importante de la fluctuation à fréquence moyenne donnée par $St_D = 0.32$. Notons que l'intensité de turbulence (intensité fictive puisqu'il ne s'agit pas de vraie turbulence) correspondant à cette fluctuation vaut $u_{RMS}/U_e \approx 22\%$.

Le champ de vitesse des rouleaux appariés dans le référentiel du laboratoire et après soustraction de $U_c = 0.40 U_e$ est montré à la figure VI.48. On peut remarquer que le rouleau rapide se déplace maintenant à une vitesse quasiment égale à celle du coeur. En une distance d' d'environ deux diamètres, ce rouleau a donc subi une forte accélération amenant sa vitesse approximative de convection de $U_c \approx 0.55 U_e$ à $U_c = 1.25 U_e$! Pour sa part, le rouleau lent continue à se déplacer à une vitesse $U_c \approx 0.40 U_e$. Le mélange embrouillé du fluide ambiant avec le fluide du jet et l'apparition de turbulence à fine échelle rend la mesure des vitesses très difficile dans ce rouleau. Encore une fois, une meilleure détermination de ces vitesses peut se faire en ensemençant le fluide ambiant comme illustré aux figures VI.49 et VI.51, qui présentent deux événements analogues détectés au même endroit. Les figures VI.50a et VI.52a décrivent les champs de vitesse absolue. La vitesse de convection "classique" des structures à grande échelle ($U_c = 0.5 U_e$) est soustraite aux figures VI.50b et VI.52b. Le rouleau externe y apparaît clairement tandis que le rouleau interne rapide qui est en quelque sorte devenu une partie du coeur du jet est plus difficile à discerner. Les champs de tourbillon (figures VI.50c et VI.52c) illustrent cet effet. On y remarque que seules deux parties du rouleau rapide interne conservent un tourbillon important: la face externe de la partie amont ainsi que la partie aval recourbée dont le tourbillon a augmenté à cause du mouvement vers l'extérieur (équation VI.32), même si l'écoulement n'est plus que très approximativement

axisymétrique. D' autre part, le tourbillon du rouleau externe est concentré dans la partie amont, tandis que la partie aval est constituée de fluide à faible tourbillon provenant du coeur du jet. Remarquons encore que les mesures vérifient bien que l' écoulement entraîné entre les deux rouleaux est potentiel et que l' ordre de grandeur de l' extrémum du tourbillon est le même qu' aux figures VI.32 et VI.35.

La figure VI.53 montre une structure détectée à $x/D = 5$ et où le niveau de turbulence et de tridimensionnalité est très important, comme le révèle immédiatement la présence d'un trou béant dans les champs de vitesse et de tourbillon de la figure VI.54. C'est la première fois que l'on rencontre une des limitations fondamentales de la technique: la tridimensionnalité. En effet, dans cette région, le contraste des franges est très faible et souvent nul. Quand on examine la photographie originale, on s' aperçoit que, contrairement aux zones "normales" de l' écoulement, on ne peut y discerner aucune trajectoire. C'est bien là le signe d'une composante hors plan de vitesse tellement importante que le temps de résidence d'une particule dans la tranche lumineuse est plus petit que l' intervalle entre deux expositions. Le seul renseignement quantitatif que l' on peut obtenir est la limite inférieure de la vitesse azimuthale (≈ 1.3 m/sec).

En principe, ce problème pourrait être résolu en épaississant la tranche lumineuse. Néanmoins, on risque de se retrouver confronté à deux problèmes:

- les variations de déplacement dû au gradient hors-plan risquent de devenir importantes.
- la diminution de la densité d' énergie doit être compensée par une augmentation de l' énergie des impulsions. Notons qu'en plus, l' objectif doit être diaphragmé pour conserver la profondeur de champ.

Dans notre cas, c'est ce deuxième effet qui est le plus contraignant, puisque le deuxième amplificateur permettant d' augmenter l' énergie était indisponible. L' augmentation de l' épaisseur de la tranche aurait été possible ici puisque cette épaisseur (≈ 0.2 mm) est appréciablement plus petite que le diamètre de la zone éclairée par le spot laser d' exploration (≈ 0.75 mm).

Il n' en reste pas moins que certaines caractéristiques des rouleaux initiaux peuvent encore être reconnues dans la structure apparée turbulente. En particulier, le rouleau interne peut se reconnaître grâce au filament de tourbillon allongé avec deux concentrations de tourbillon: la "queue" amont et la partie aval recourbée en forme de croissant.

3.4 Structures à grande échelle

Les figures VI.55,57,59 et 61 montrent quatre exemples de structures à grande échelle détectées à la fin du cône potentiel ($x/D = 6$). Comme on avait déjà pu s'en apercevoir aux figures VI.18 et VI.20, le taux de turbulence à faible échelle est important et les structures ne sont reconnaissables que grâce à deux caractères principaux:

- un pic positif important dans le signal du fil chaud placé à $x/D = 6$; $y/D = 0$. C'est grâce à ce signal que les structures peuvent être détectées
- la présence manifeste sur les visualisations des figures VI.55,57,59 et 61 d'une "accumulation" de fluide dont la dimension caractéristique est le diamètre du jet et dont les détails internes sont indiscernables à cause du mélange confus et à fine échelle du fluide ambiant et du fluide du jet.

Les champs de vitesse des figures VI.56a,b ; VI.58a,b ; VI.60a,b et VI.62a,b montrent bien les limitations de la technique de mesure de vitesse. En plus de l'absence de particules due à un ensemencement imparfait, la tridimensionnalité et les gradients importants de vitesse empêchent occasionnellement la mesure de la vitesse. Les deux types d'effets sont sans doute combinés ici et c'est probablement le deuxième qui constitue la limitation la plus sérieuse parce qu'il ne peut être combattu qu'en diminuant le diamètre de la zone d'exploration, au risque de voir celui-ci devenir du même ordre de grandeur que le déplacement des particules.

L'introduction de turbulence à plus faible échelle se reflète dans les isocontours de tourbillon des figures VI.56c ; VI.58c ; VI.60c et VI.62c, obtenues grâce aux valeurs disponibles de la vitesse. Notons que les contours peuvent être interrompus et sont parfois interpolés qualitativement (contours en traits interrompus). Deux conclusions importantes peuvent être tirées de ces contours du tourbillon:

- Il apparaît immédiatement que les concentrations de tourbillon admettent une forte dispersion en taille, forme et position. La mesure du champ moyen de tourbillon par échantillonnage conditionnel produirait inmanquablement un "grand rouleau" de faible tourbillon. Il est très important de remarquer que la valeur maximum du tourbillon est du même ordre de grandeur que pour les rouleaux isolés des figures VI.32 et VI.35. Ce résultat n'est jamais retrouvé dans les expériences analogues traitées par

échantillonnage périodique ¹⁹⁸.

- On peut encore retrouver dans les structures à large échelle des "reliques" des rouleaux pré-turbulents. En particulier, on peut discerner, aisément sur les figures VI.56c et 58c et plus difficilement sur les figures VI.60c et 62c, le long filament de tourbillon recourbé du côté aval correspondant au rouleau interne. L'extérieur de la structure, correspondant au rouleau extérieur, a un tourbillon plus faible, ce qui peut s'expliquer par une plus grande tridimensionnalité et par le fait que cette région continue à croître en entraînant du fluide à faible tourbillon provenant des environs de l'axe du jet.

Ces "sous-structures", qui sont les "héritiers" des rouleaux instables nés près de l'embouchure constituent une caractéristique importante et récurrente des structures à grande échelle et font partie de leur description complète et objective. Le fait qu'elles disparaîtraient par échantillonnage conditionnel montre l'apport d'une technique de vélocimétrie spatiale.

4. CONCLUSION

Les enseignements apportés par ces mesures concernent aussi bien la physique de l'écoulement étudié que le procédé expérimental lui-même.

D'un point de vue expérimental, les possibilités mais aussi les limites de la technique sont largement décrites. A l'actif de la méthode, on peut compter la précision des mesures qui permet d'obtenir une bonne estimation du champ de la composante hors-plan du tourbillon. La technique a aussi montré son efficacité quand l'écoulement n'est pas parfaitement bidimensionnel ou axisymétrique. Il est important de noter que la présente technique est la seule qui permette d'obtenir des estimations de certaines dérivées spatiales du champ de vitesse instantanée pour un écoulement tridimensionnel. Toutefois il convient de corriger et de restreindre cette dernière affirmation puisque la tridimensionnalité constitue une limite indéniable: la technique est évidemment incapable de mesurer la projection de la vitesse totale dans le plan éclairé quand cette vitesse totale est très importante et fortement inclinée par rapport au plan. Une solution peut être apportée en partie à ce problème en adaptant l'épaisseur de la tranche lumineuse aux particularités de l'écoulement, si l'énergie du faisceau peut être augmentée en conséquence. Par contre la limitation de la technique par les gradients de vitesse est beaucoup plus fondamentale. Il est certain que la présente technique pourrait difficilement être utilisée dans un écoulement turbulent où la dimension caractéristique des petits "rouleaux tourbillonnaires" est de l'ordre du dixième de millimètre. Il convient donc de se garder de l'employer pour des écoulements autres que ceux où elle peut apporter des informations utiles: les écoulements initialement bidimensionnels où ce caractère se conserve approximativement et où la turbulence reste suffisamment faible pour que les tourbillons à faible échelle soient grands par rapport au volume de mesure. Ces performances montrent que la vélocimétrie par speckle est néanmoins un outil appréciable pour l'étude des phénomènes pré-turbulents ou apparaissant pendant la transition vers la turbulence.

D'un point de vue physique, ces mesures sont les premières à décrire le champ de vitesse et de tourbillon instantanés de rouleaux résultant de l'instabilité d'une couche de cisaillement, de leur interaction et de leur fusion en structures à large échelle. Quelles que soient les configurations

et le nombre de Reynolds, de telles mesures n'avaient jamais pu être obtenues pour l'étude de ces phénomènes primordiaux dans la transition des jets vers la turbulence. En particulier, les mesures du tourbillon permettent de préciser l'importance des effets visqueux dans l'interaction des rouleaux et de démontrer la présence dans les structures à grande échelle vers $x/D \approx 6$ de bouffées de tourbillon dont l'origine peut être attribuée à certaines parties des rouleaux pré-turbulents. Il faut souligner que ces renseignements ne pouvaient être fournis que par une technique de vélocimétrie spatiale.

Il faut bien se garder de généraliser ces dernières conclusions à toutes les valeurs du nombre de Reynolds. L'écoulement étudié dans ce travail est caractérisé par un nombre de Reynolds relativement bas (≈ 2300) et par la présence de rouleaux initiaux axisymétriques quasiment périodiques et persistant assez longtemps dans le jet. C'est justement pour cette qualité que cet écoulement a été choisi pour la présente application. Si on augmente la vitesse à l'embouchure, l'épaisseur de la couche limite à l'embouchure va diminuer, la fréquence d'instabilité et le taux de croissance de l'oscillation la plus instable vont augmenter, et la distance entre deux rouleaux (longueur d'onde) va diminuer. L'interaction entre rouleaux aura donc lieu plus tôt et le nombre d'appariements sera plus grand, si bien que la structure à grande échelle se formant vers la fin du cône potentiel aura certainement perdu le "souvenir" des rouleaux initiaux. La conformation individuelle de ces structures n'en est que plus mystérieuse et il serait certainement intéressant d'examiner si, malgré ses limitations, la technique utilisée dans ce travail permettrait de mesurer le champ de vitesse de ces structures et d'apporter une contribution à la solution de ce problème.

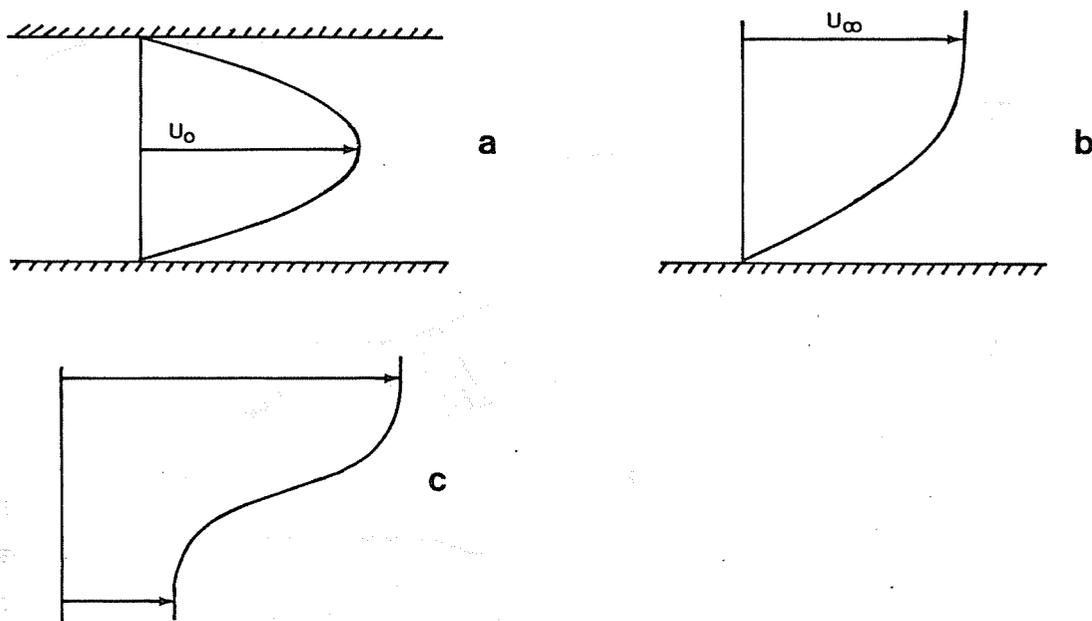


Fig.VI.1. Profils de vitesse. a) Poiseuille ; b) Blasius
c) $u = \tanh(y)$

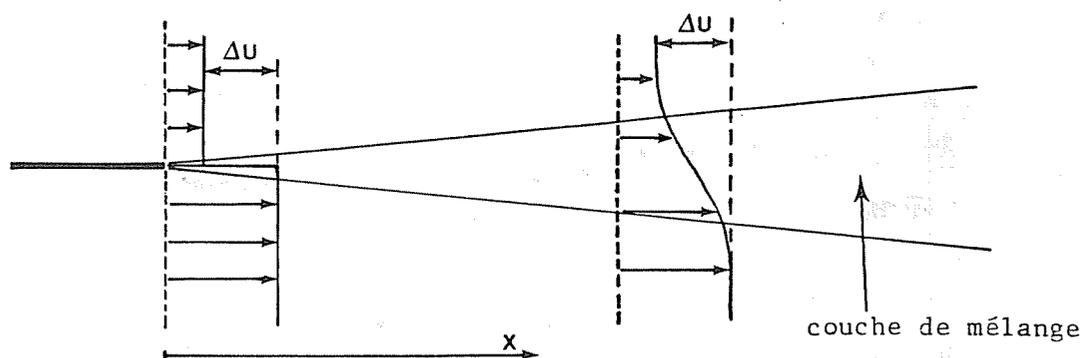


Fig.VI.2. Représentation schématique d'une couche bidimensionnelle de cisaillement

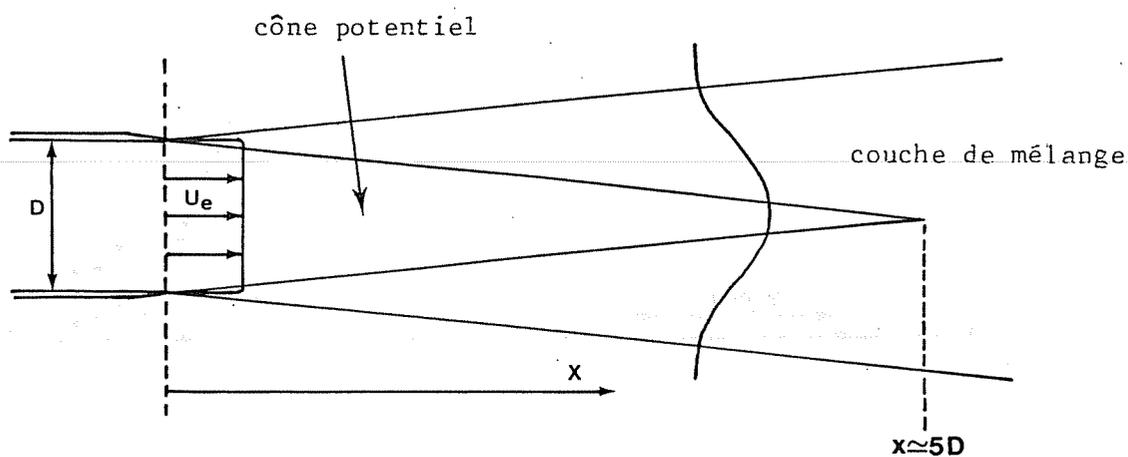


Fig.VI.3. Représentation schématique d'un jet circulaire

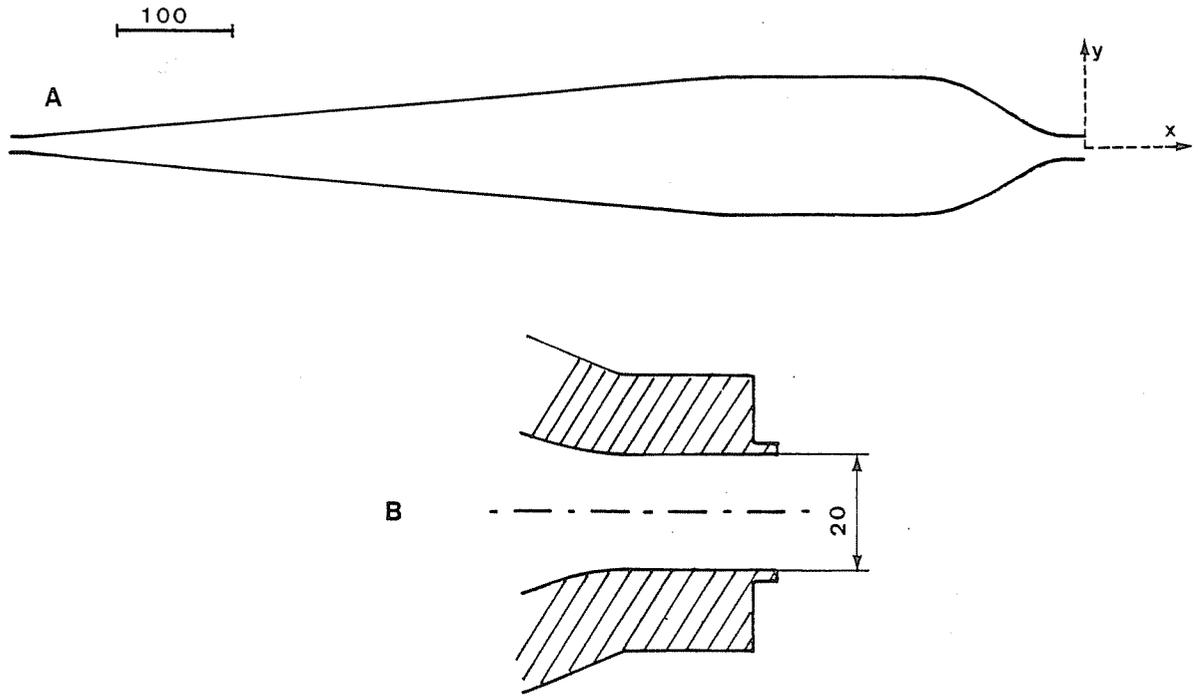


Fig.VI.4. Schéma du jet utilisé. A: plan global ; B: gros-plan de l'embouchure

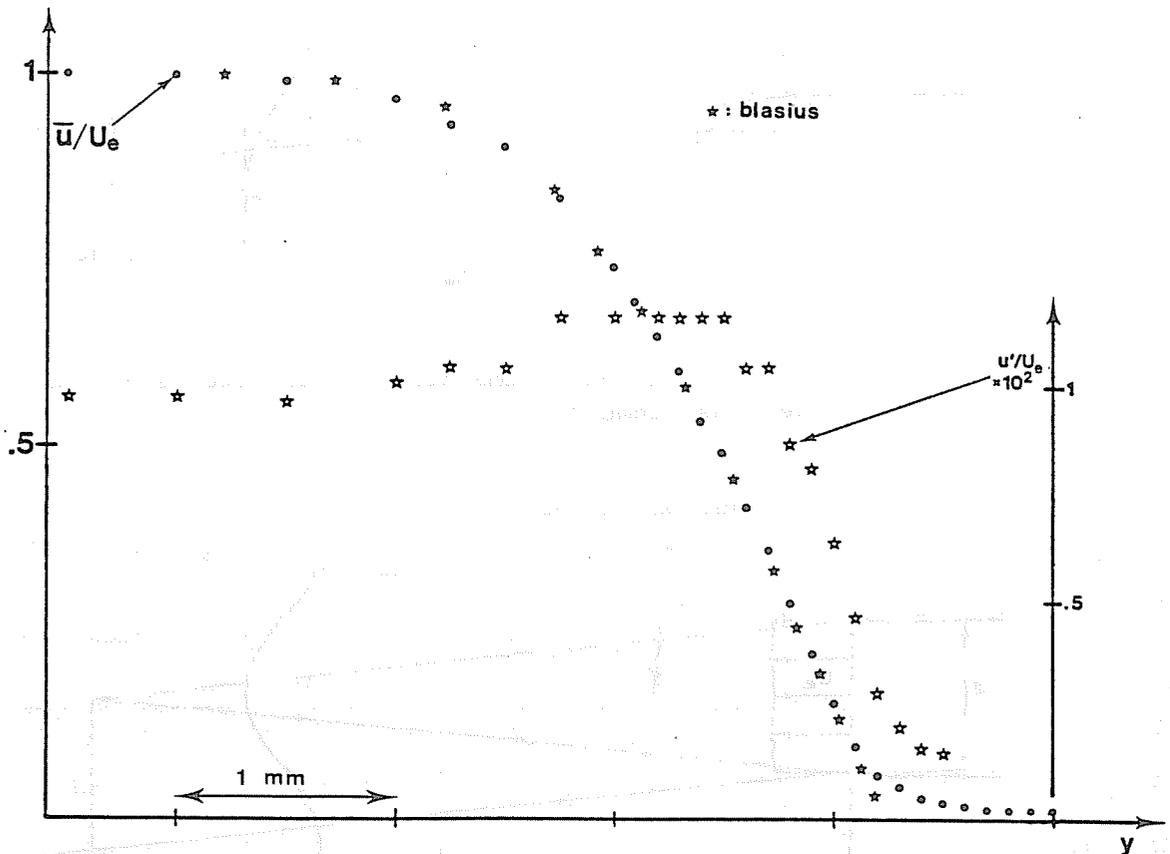


Fig.VI.5. Profil de vitesse de la couche limite à l'embouchure ($x/D=0.025$) mesuré au moyen d'un anémomètre à fil chaud. Noter que l'origine de l'axe y n'est pas indiquée, à cause de la difficulté technique de la mesurer avec précision.

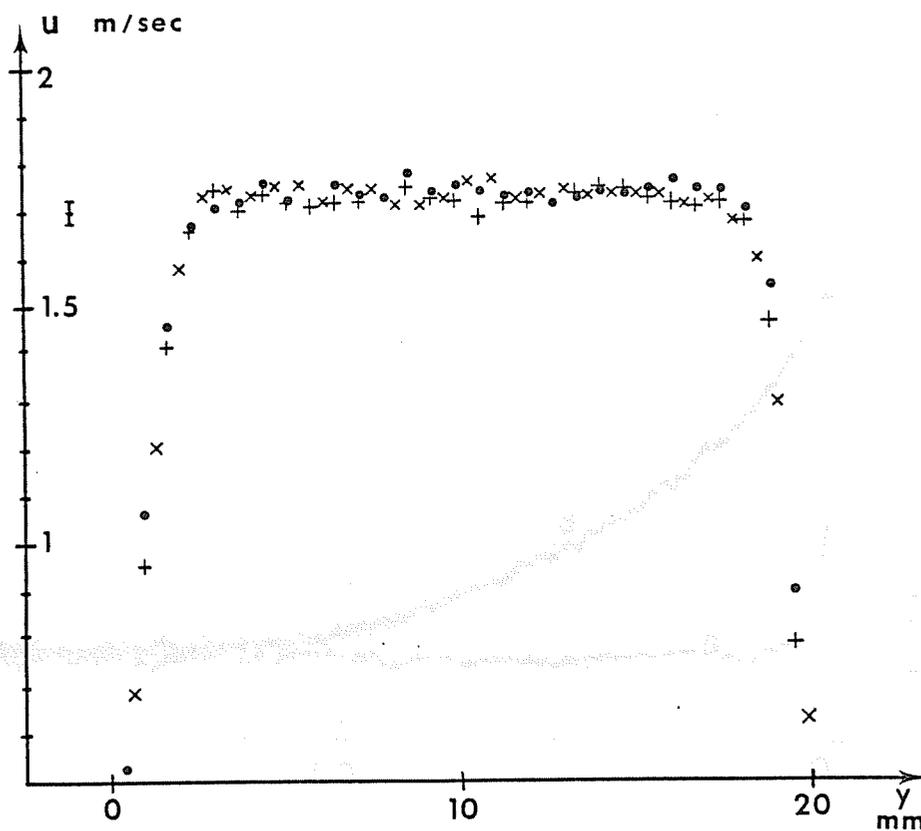


Fig.VI.6. Profils instantanés de vitesse à l'embouchure (trois photographies différentes). Noter la croix d'erreur isolée.

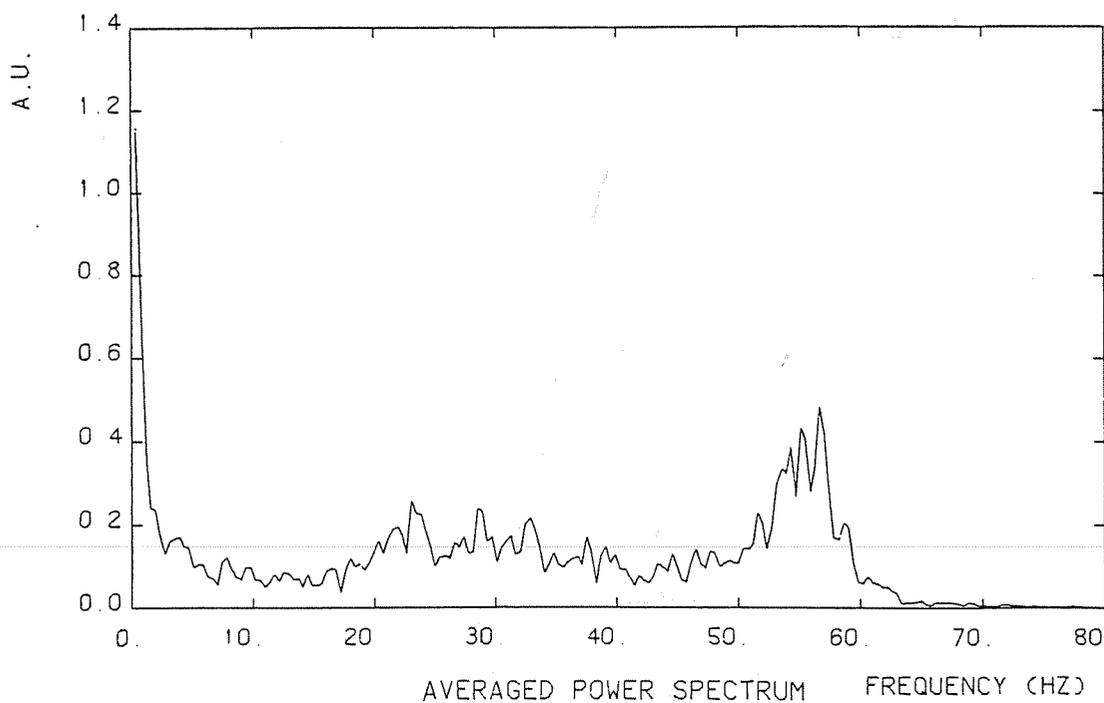


Fig.VI.7. Spectre de puissance (moyenne sur seize spectres) du signal d'un anémomètre à fil chaud situé à $x/D=0$; $y/D=0$. Les unités verticales sont arbitraires.

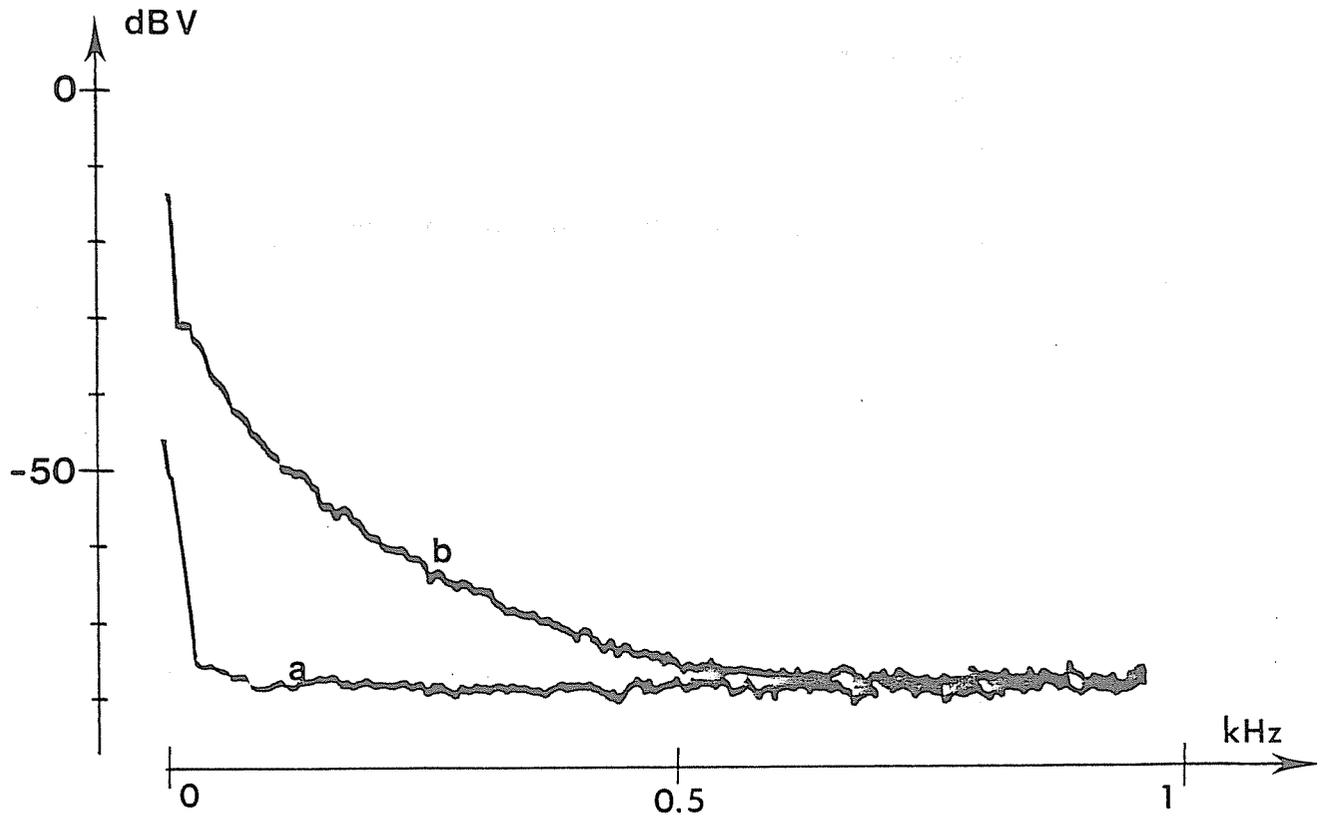


Fig.VI.8. Spectre de puissance (moyenne sur 64 spectres) du signal d' un anémomètre à fil chaud situé à $x/D = 6$; $y/D \approx 0.5$.

- a - sans écoulement (bruit de l' anémomètre)
 b - avec écoulement

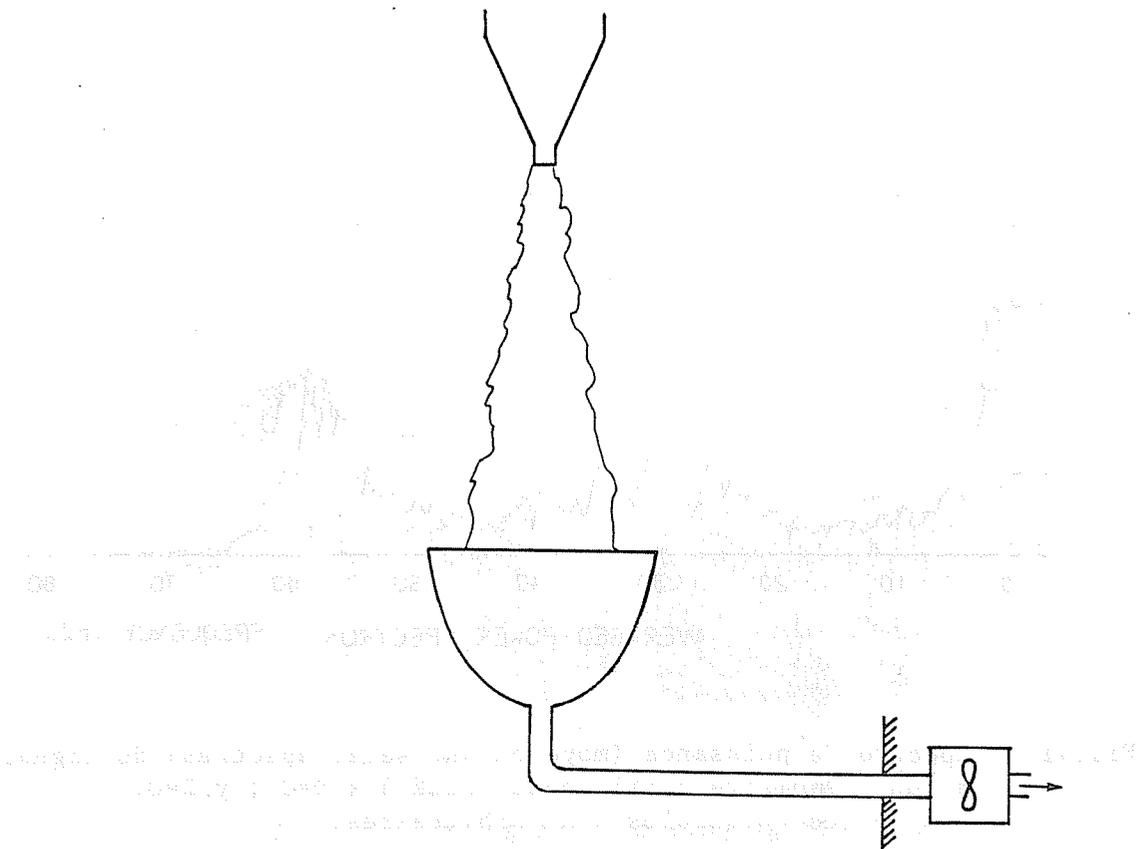


Fig.VI.9. Schéma du système d' évacuation.

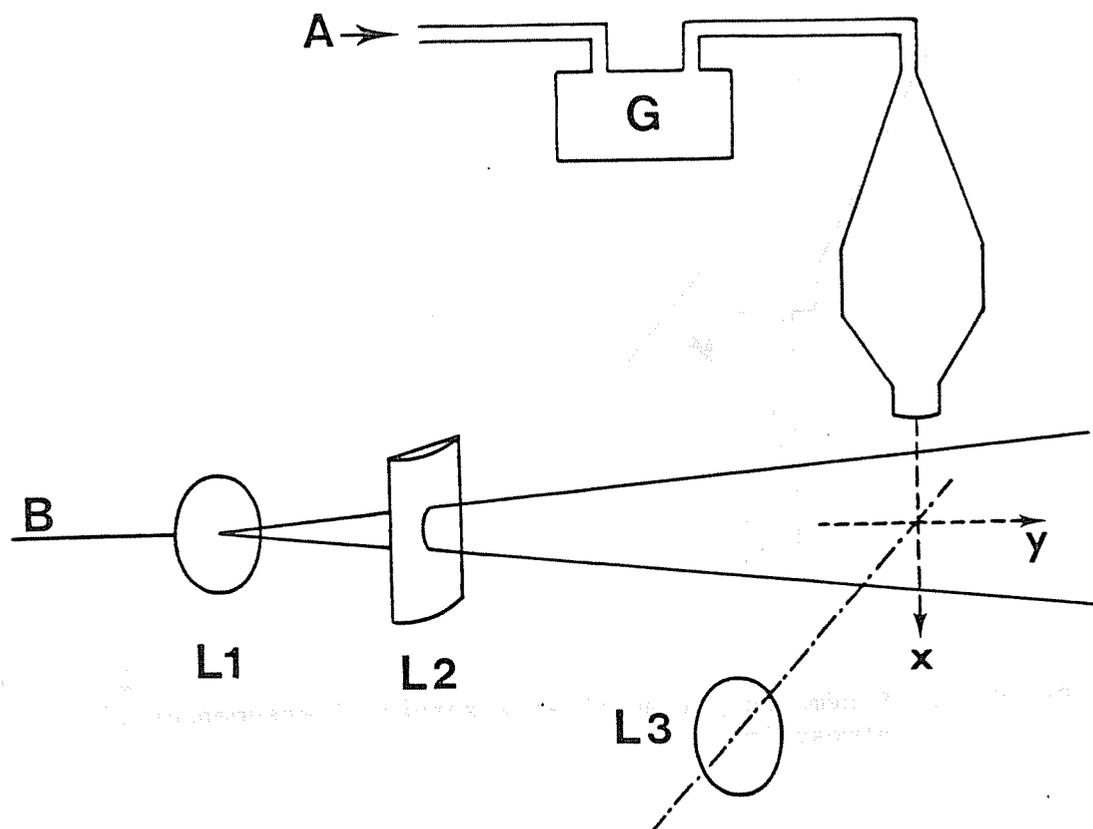


Fig.VI.10. Schéma du dispositif expérimental.

B: faisceau laser; G: générateur d'aérosol; L_1, L_2 : système de lentilles destinées à la mise en forme du faisceau; L_3 : objectif de l'appareil photographique.

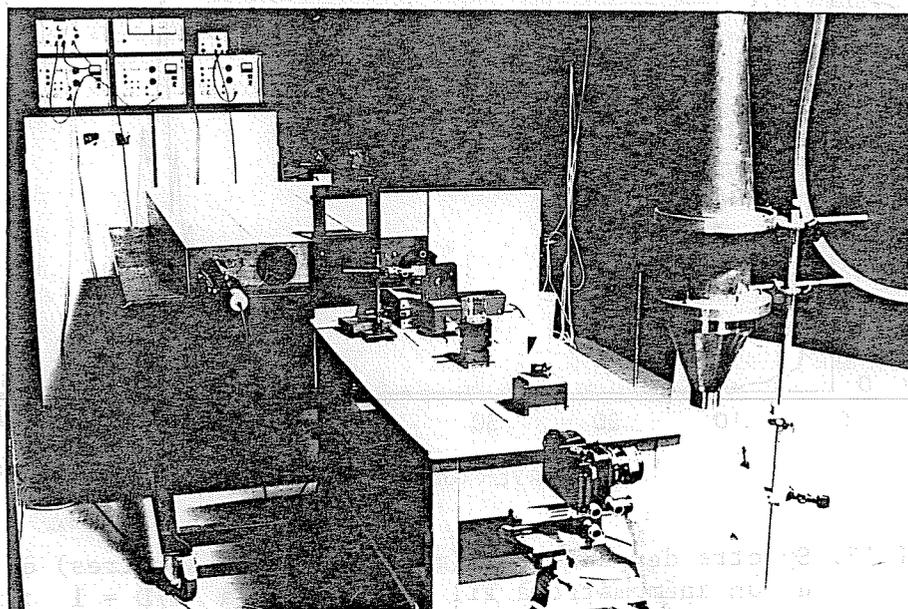


Fig.VI.11. Photographie du montage de la fig.VI.10.

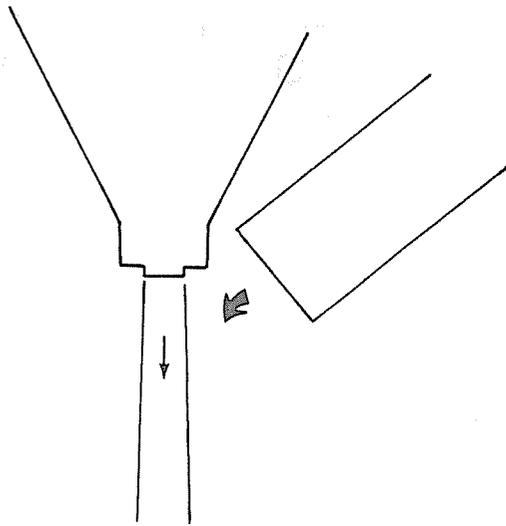


Fig.VI.12. Schéma du jet auxiliaire servant à ensemercer l'atmosphère.

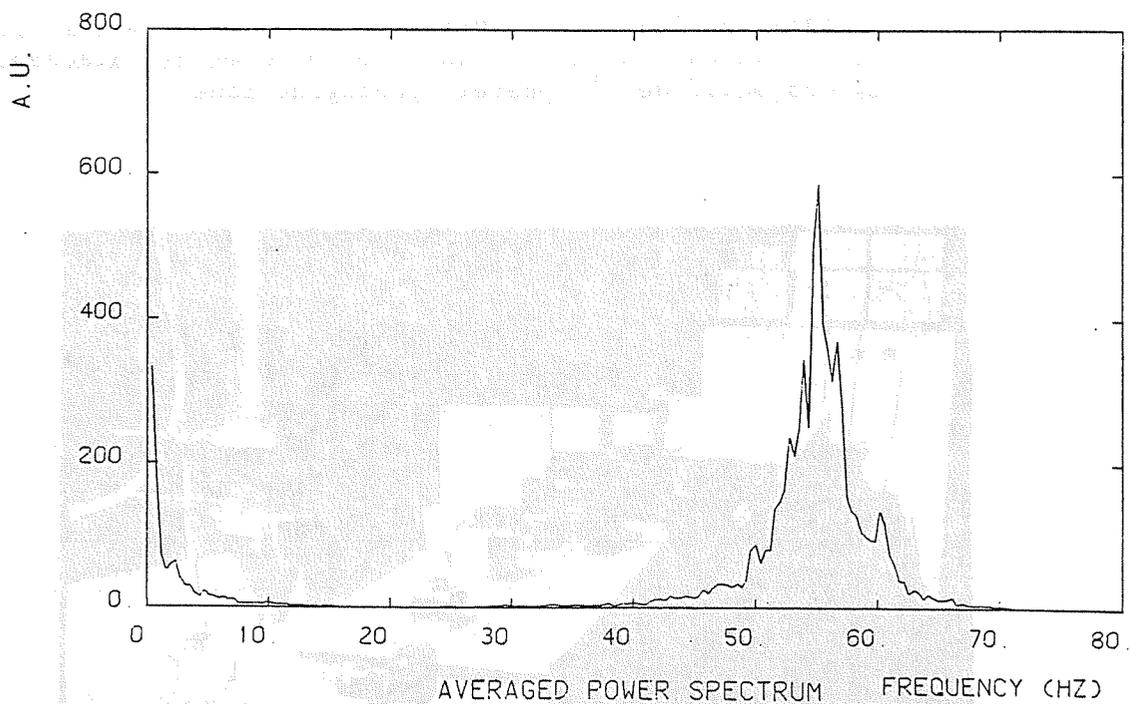


Fig.VI.13. Spectre de puissance (moyenne sur 16 spectres) des fluctuations d'un anémomètre à fil chaud situé à $x/D = 1$; $y/D = 0.5$. Les unités verticales (arbitraires) sont les mêmes qu'à la figure VI.7.

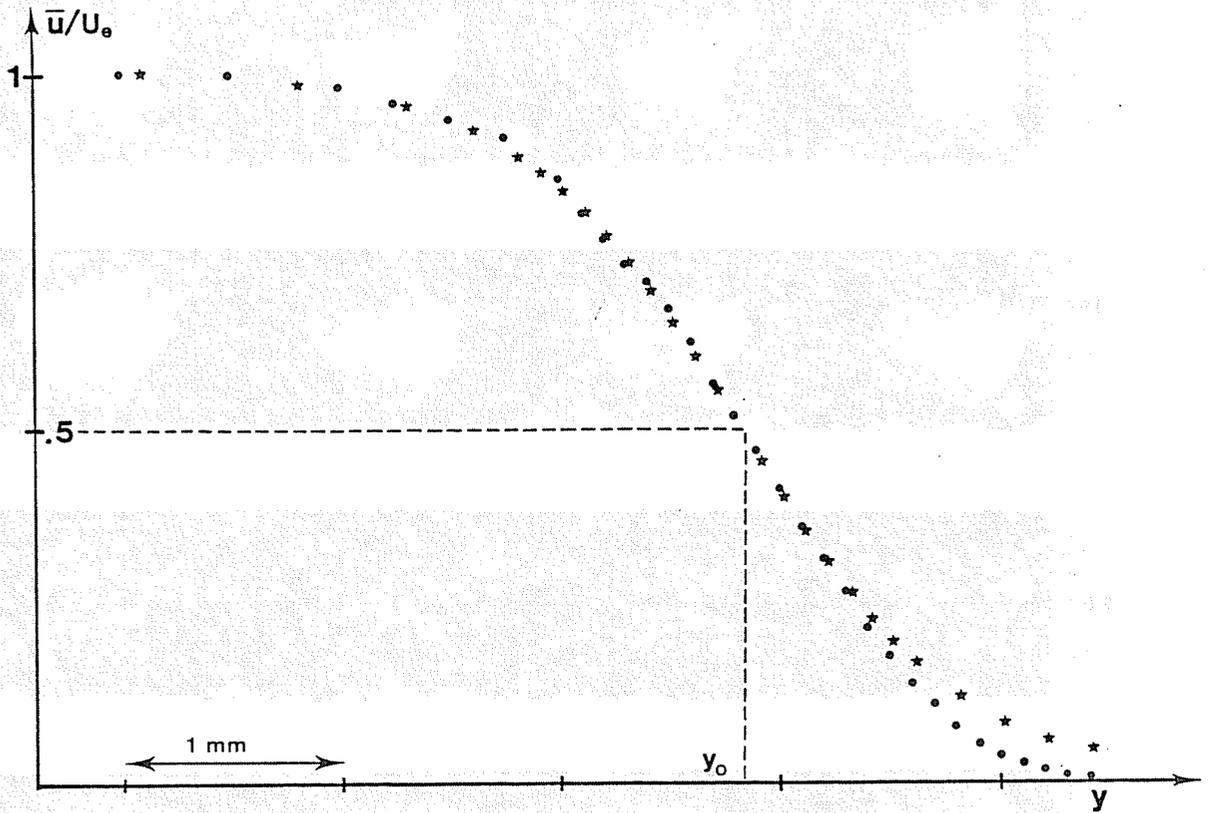
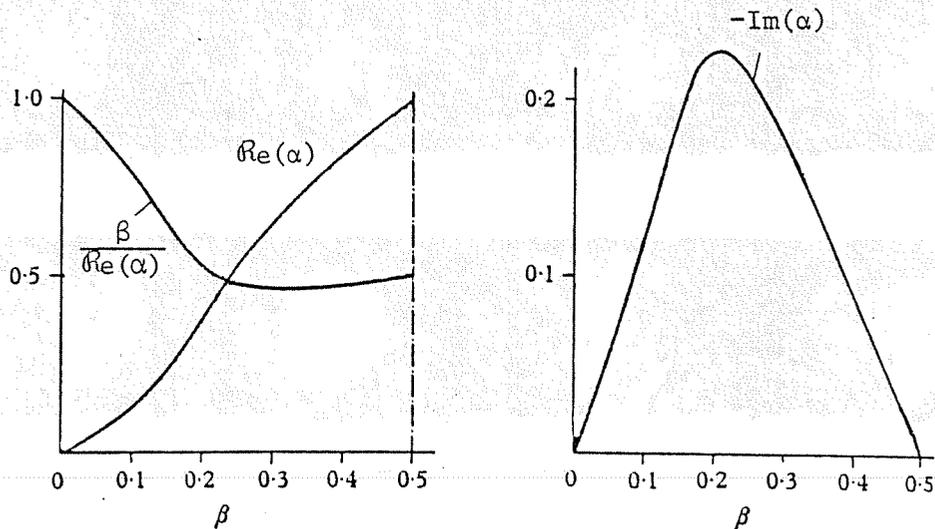


Fig.VI.14. Profil du signal moyen d'un anémomètre à fil chaud situé à $x/D=0.25$. Les \star symbolisent des points du profil $\bar{u}/U = (1/2) \tanh [(y_0 - y)/\nu]$ avec $\nu = 1$ mm. Les \bullet sont des points expérimentaux. Noter que l'origine de l'axe y n'est pas indiquée à cause de la difficulté de la mesurer avec précision.



Nombre d'onde $\text{Re}(\alpha)$, vitesse de phase $\beta/\text{Re}(\alpha)$ et taux d'amplification $-\text{Im}(\alpha)$ en fonction de la fréquence normalisée β d'instabilité d'une couche de cisaillement de la forme $u = \tanh(y)$

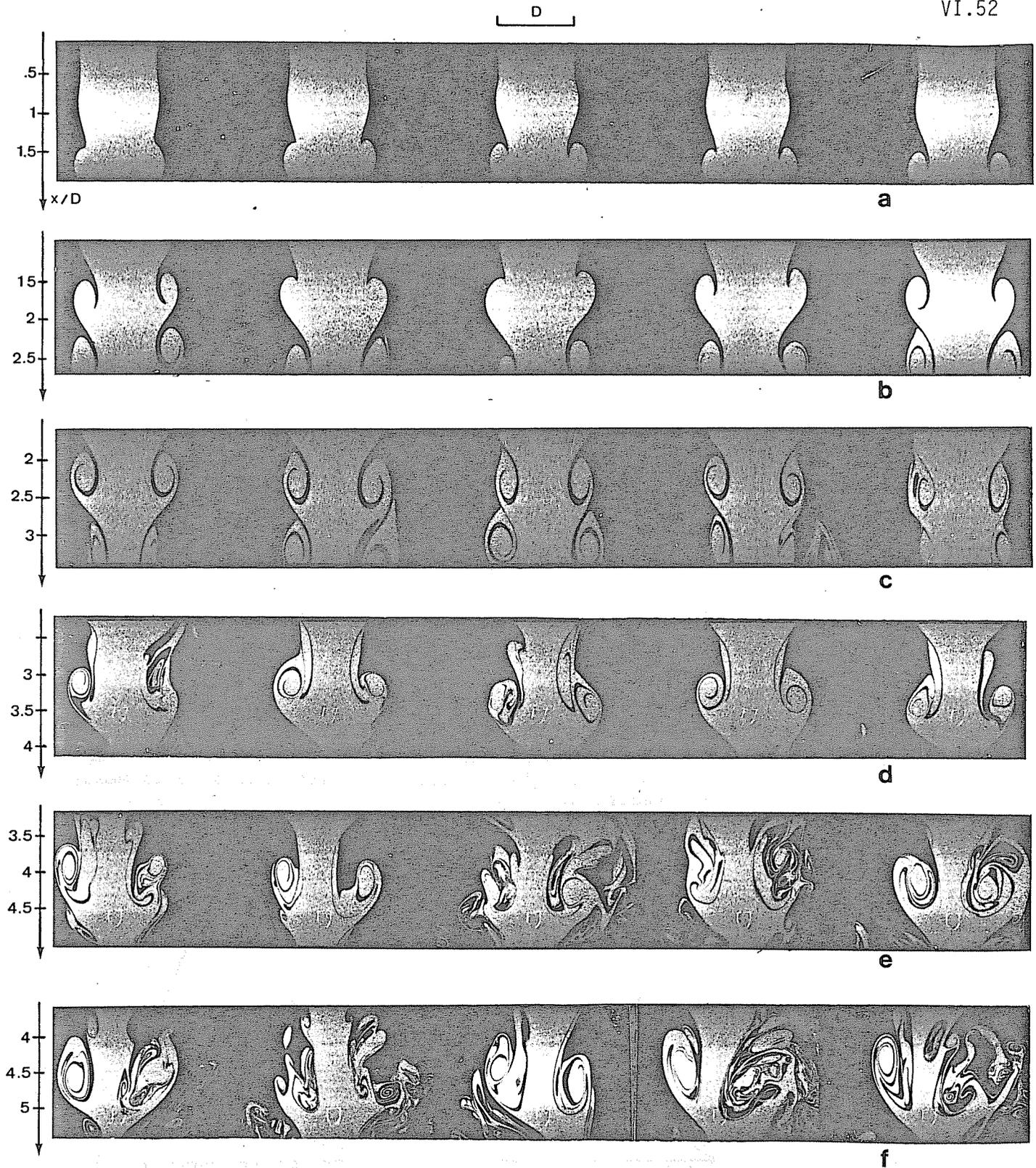


Fig.VI.16. Séries d' évènements caractéristiques à différentes distances de l' embouchure.

a: centre de l' image à $x/D=1$

b: centre de l' image à $x/D=1.75$

c: centre de l' image à $x/D=2.5$

d: fil chaud (apparent sur la photographie) à $x/D=3.5$

e: fil chaud à $x/D=4.5$

f: fil chaud à $x/D=5$

Noter que tous les évènements représentés sont strictement indépendants.

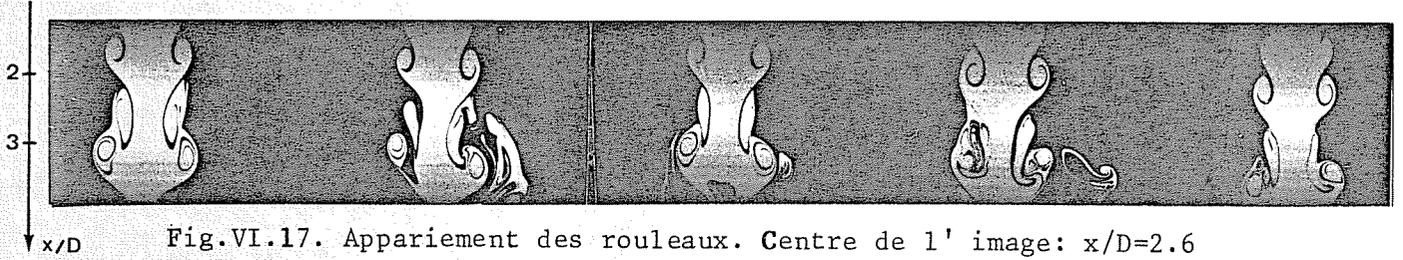


Fig.VI.17. Appariement des rouleaux. Centre de l' image: $x/D=2.6$

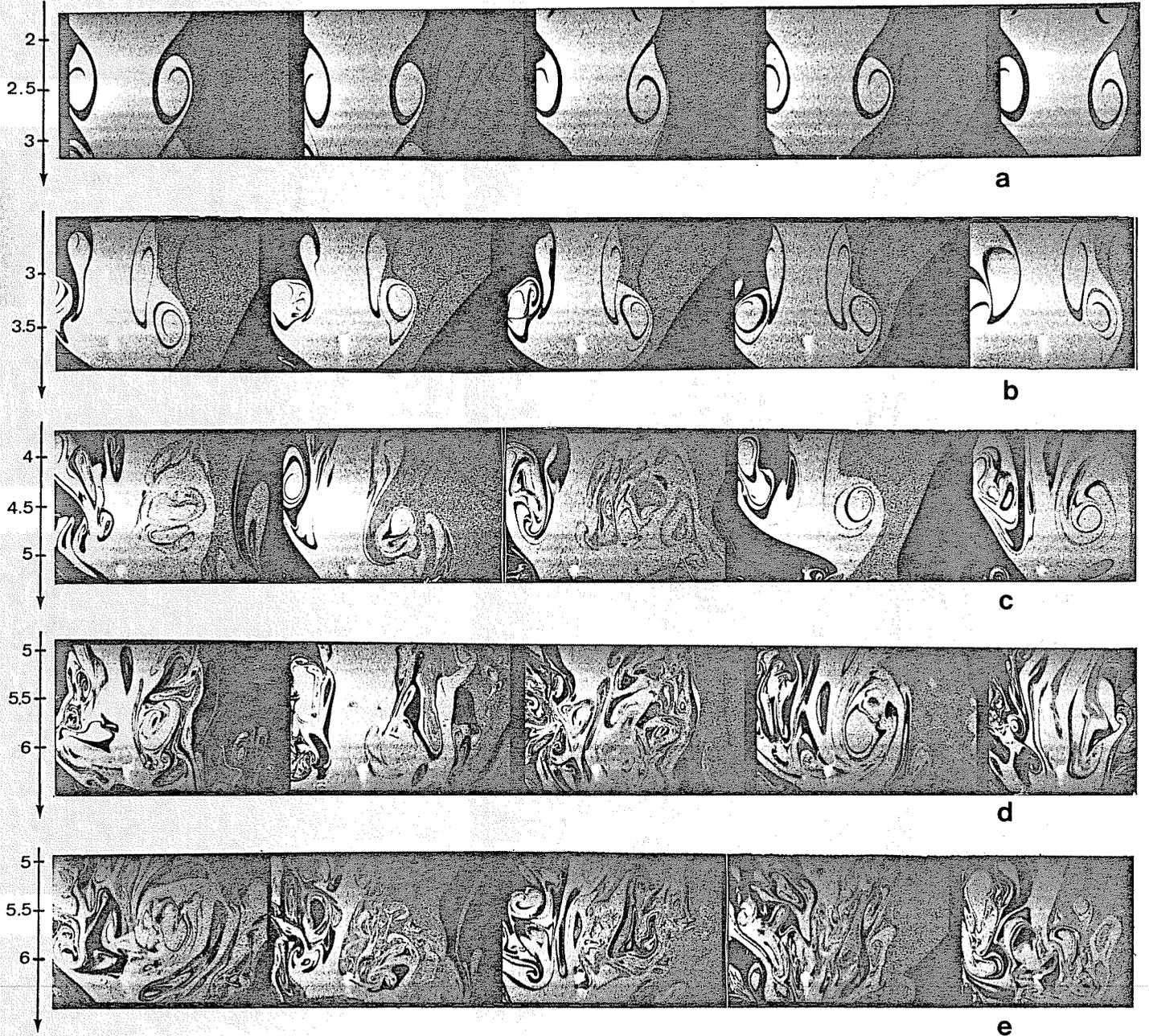


Fig.VI.18. Série d' évènements caractéristiques avec ensemencement de l' atmosphère ambiante.

- a: centre de l' image à $x/D=2.45$
- b: fil chaud (apparent) à $x/D=3.5$
- c: fil chaud à $x/D=5$
- d: fil chaud à $x/D=6$
- e: fil chaud à $x/D=6$

Tous les évènements représentés sont strictement indépendants.

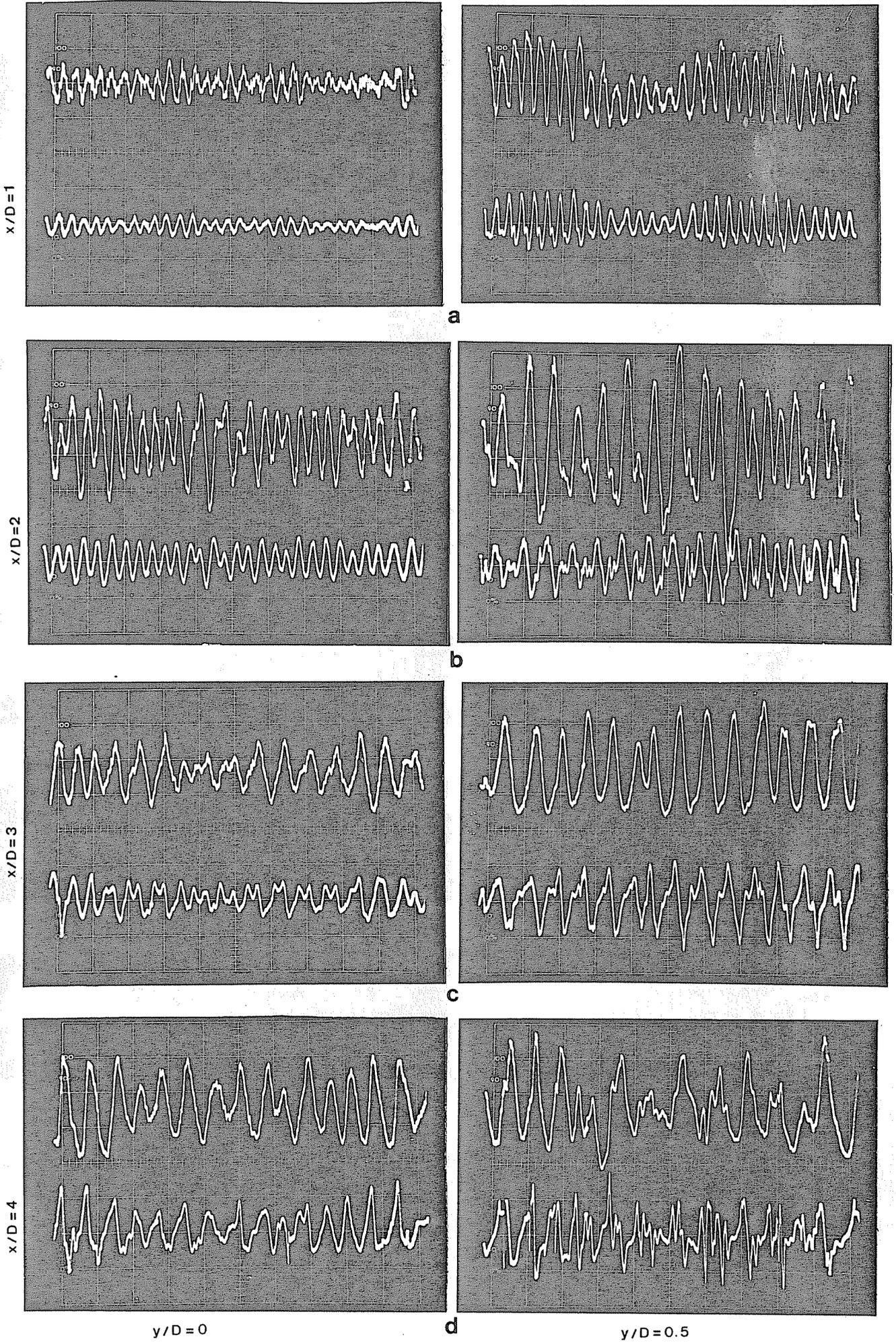
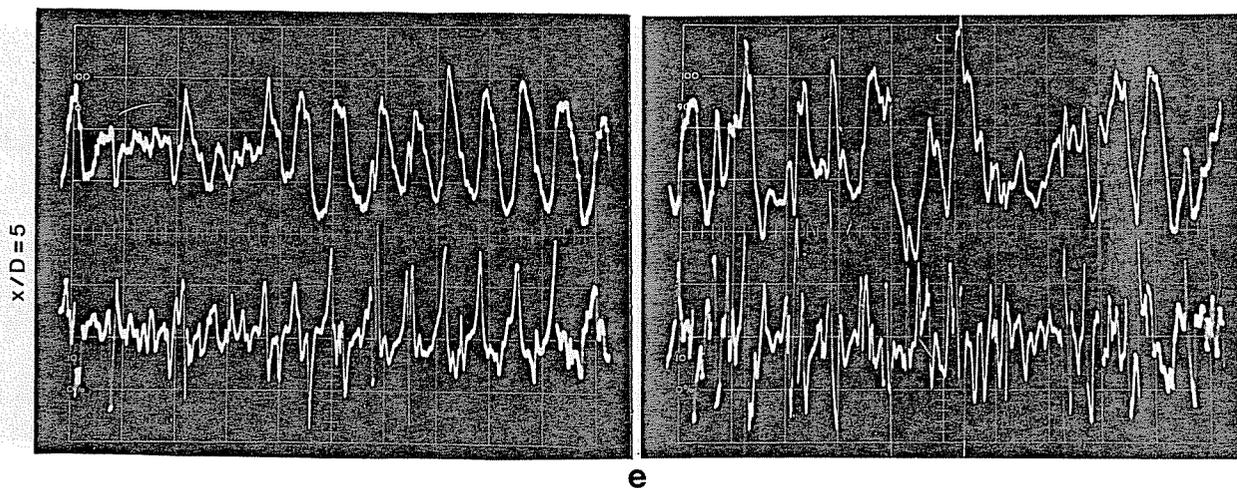


Fig.VI.19



$y/D = 0$

50 ms

$y/D = 0.5$

Fig.VI.19. Signaux typiques d'un anémomètre à fil chaud à différentes distances de l'embouchure. Dans chaque photo, la courbe du haut représente le signal du fil chaud et la courbe du bas la dérivée de ce signal.

Photo de gauche: $y/D \cong 0$; photo de droite: $y/D \cong 0.5$

Echelle horizontale: 50 msec/div

Echelles verticales: (a,b), signal: 50 mV/div ; dérivée: 10 mV/div
(c,d,e), " 100 mV/div " 10 mV/div

Distances: (a) $x/D=1$; (b) $x/D=2$; (c) $x/D=3$; (d) $x/D=4$
(e) $x/D=5$.

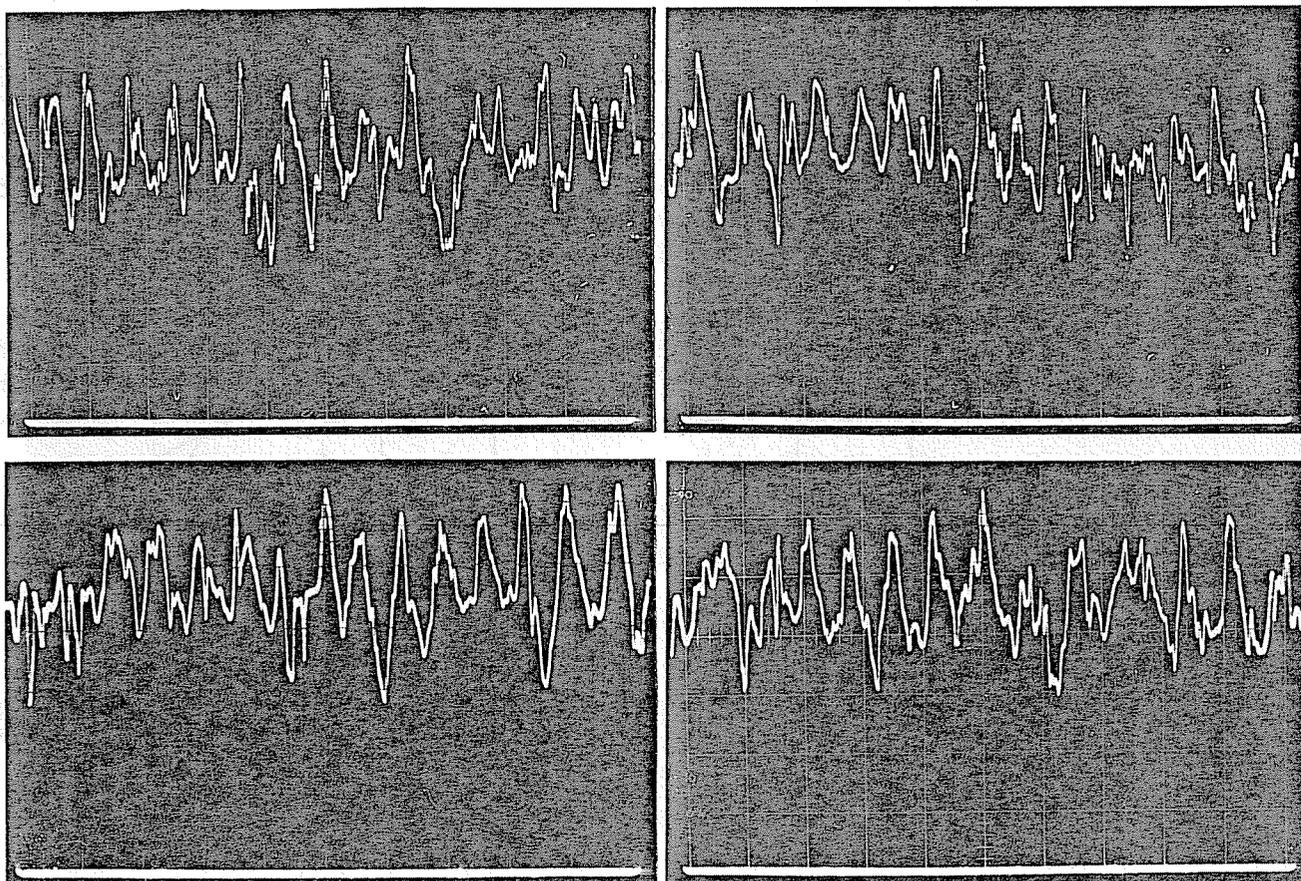
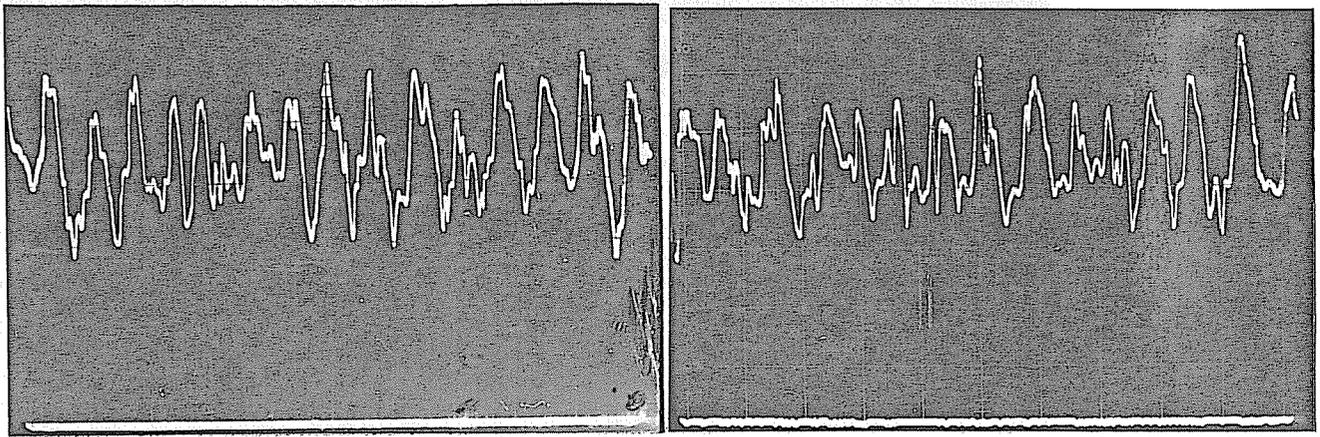


Fig.VI.20



50 ms

Fig.VI.20. Série de signaux d'un anémomètre à fil chaud situé à $x/D=6$ et $y/D=0$, montrant le passage des structures à grande échelle à une fréquence moyenne caractérisée par le nombre de Strouhal $St_D \cong 0.32$. Noter les fluctuations turbulentes à plus haute fréquence superposées à l'oscillation dues aux structures. La ligne continue représente le zéro.

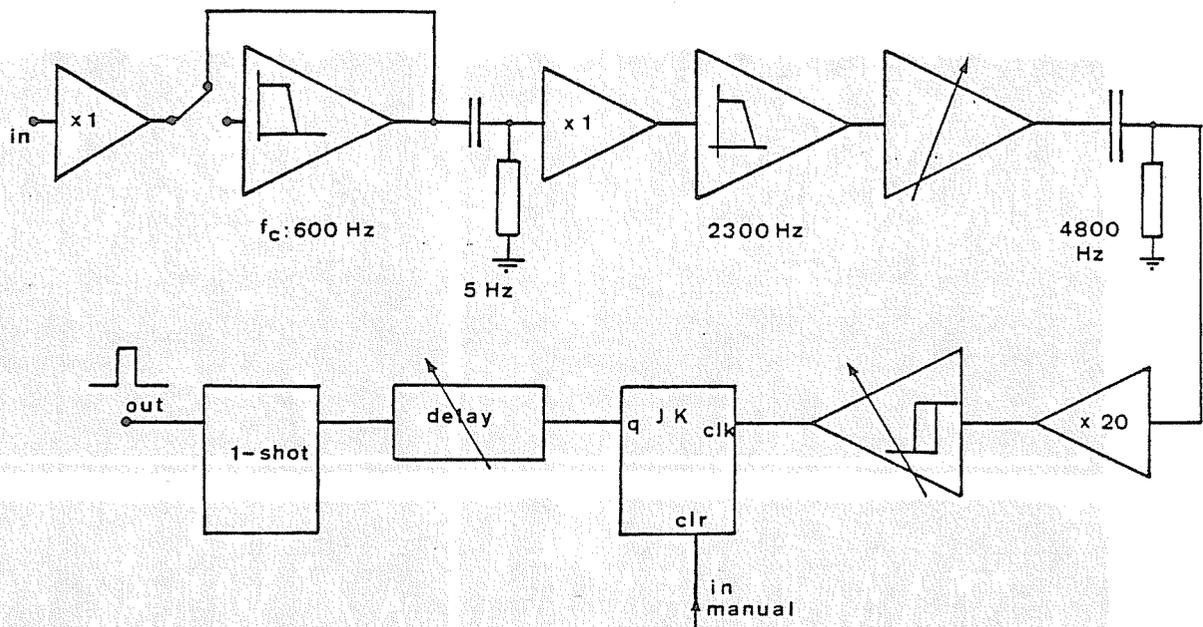


Fig.VI.21. Schéma du détecteur de structures. L'entrée manuelle sert à sélectionner une impulsion du train produit par le trigger de Schmitt.

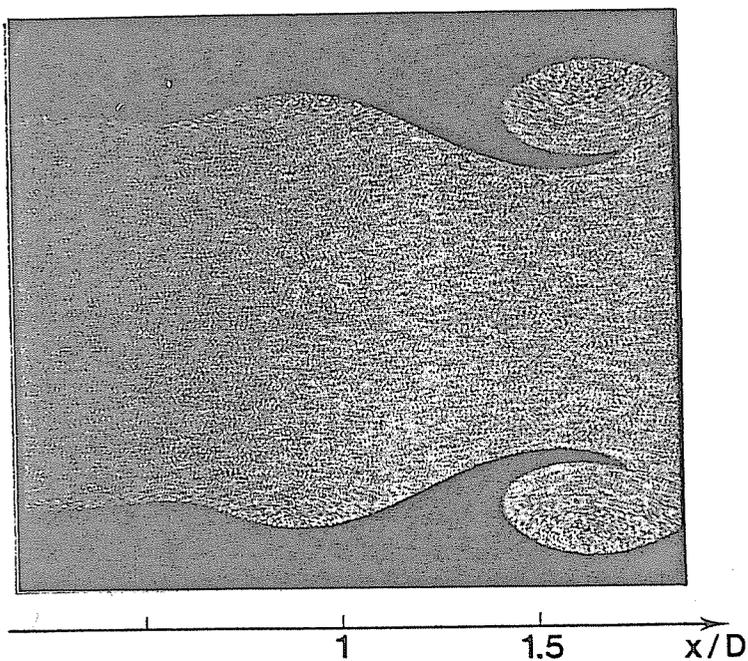


Fig.VI.23.
Rouleau axisymétrique
détecté à $x/D=1$.

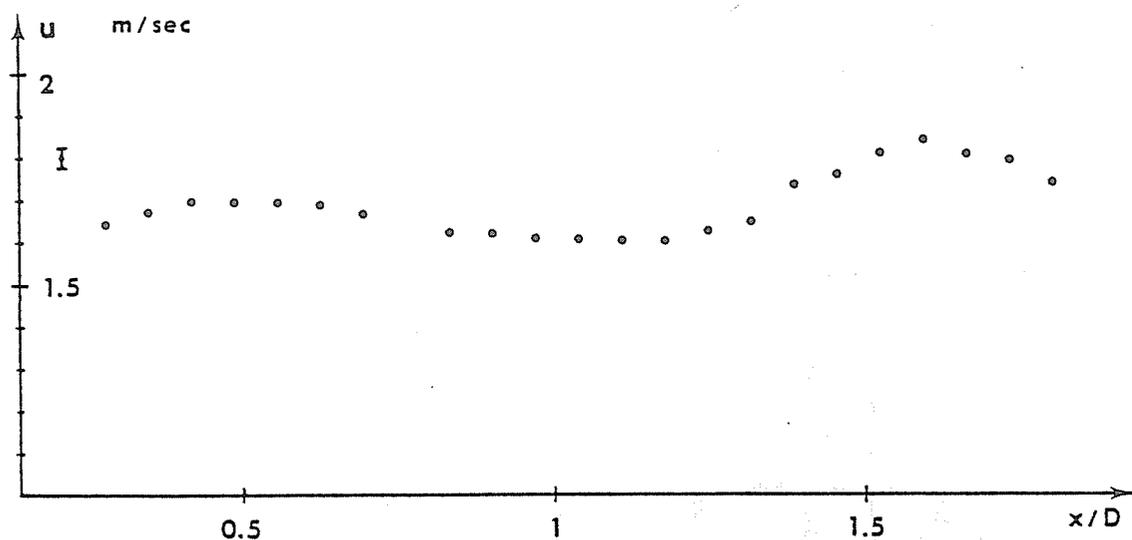


Fig.VI.24. Vitesse longitudinale instantanée le long de l'axe de l'écoulement de la fig.VI.23.
Noter la croix d'erreur isolée

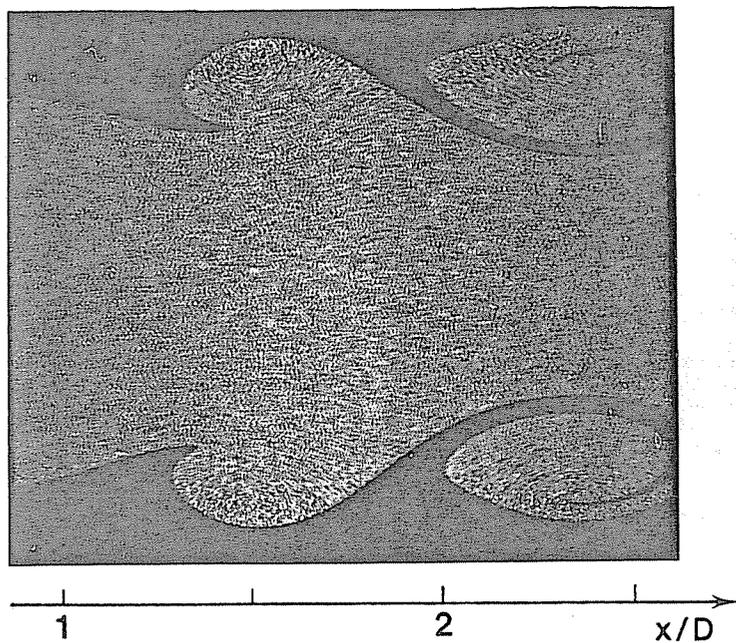


Fig.VI.25.
Rouleau axisymétrique
détecté à $x/D=1$
(délai: une période,
18 msec).

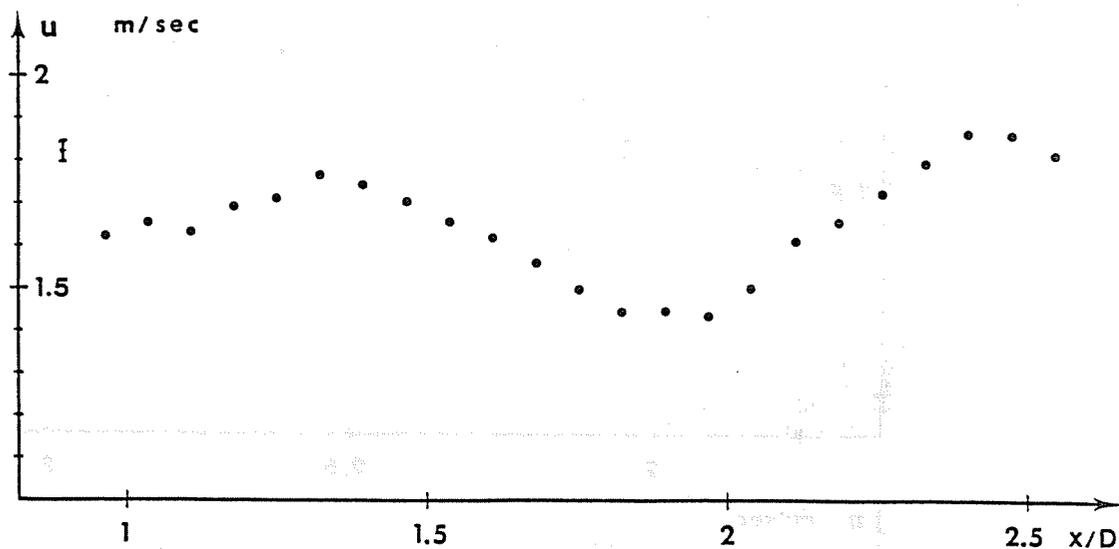


Fig.VI.26. Vitesse longitudinale le long de l'axe de l'écoulement de la fig.VI.25. Noter la croix d'erreur isolée

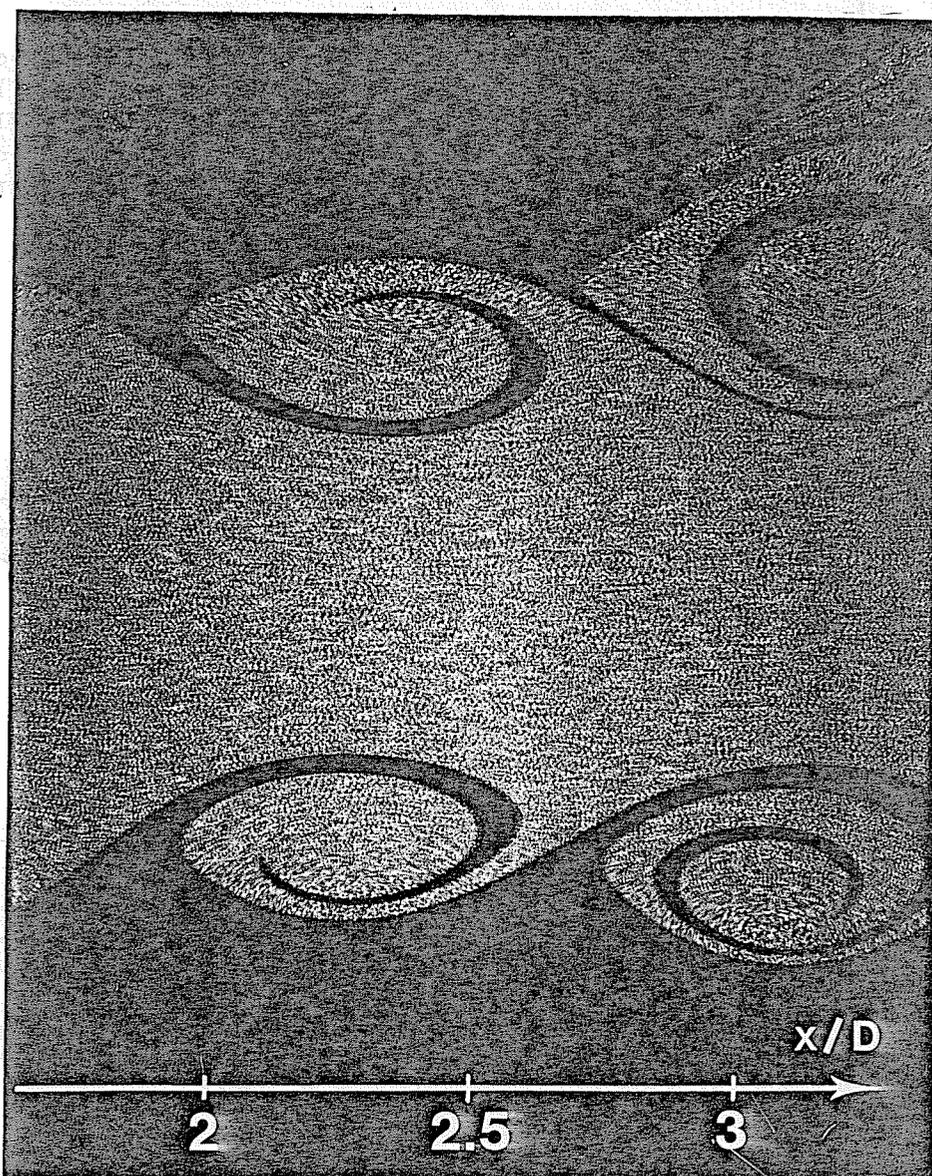


Fig.VI.27. Rouleau axisymétrique détecté à $x/D=1$ et photographié après un délai de deux périodes (≈ 36 msec)

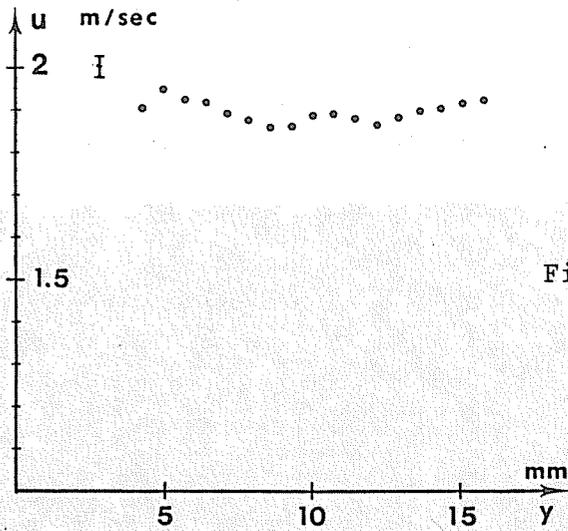
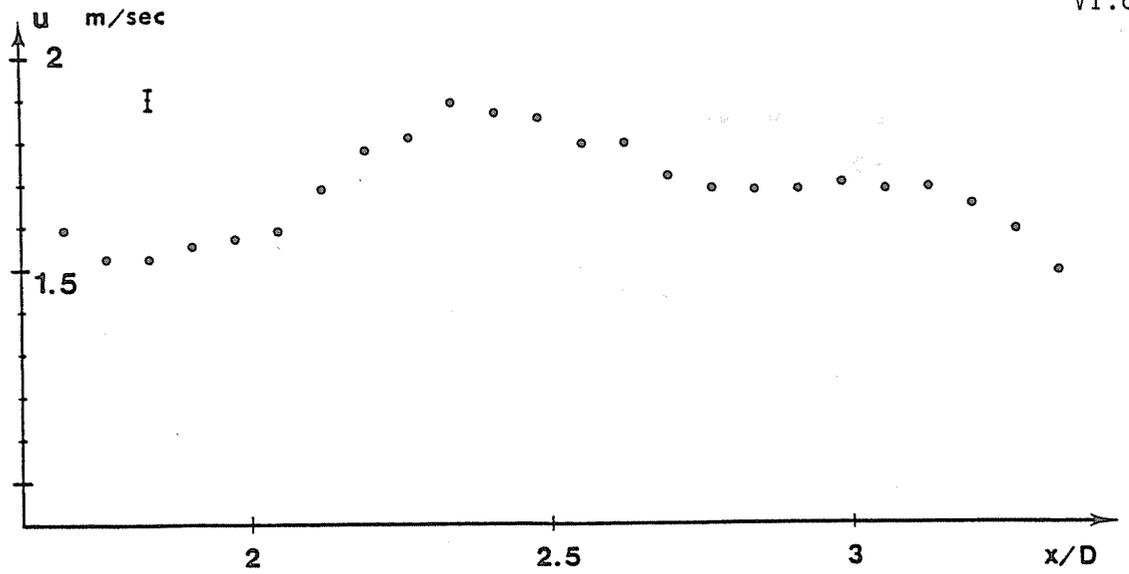


Fig.VI.28a. Vitesse le long de l'axe dans l'écoulement de la fig. VI.27.

Fig.VI.28b. Vitesse dans la contraction de l'écoulement de la fig.VI.27 ($x/D = 2.33$; origine de l'axe des y arbitraire).

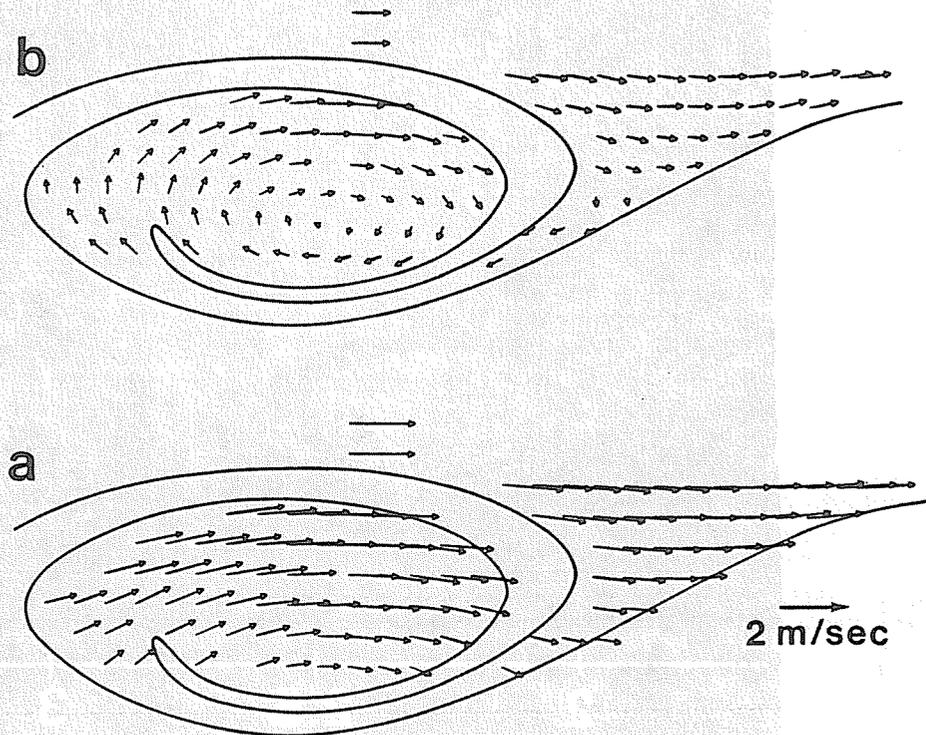


Fig.VI.29. Champ de vitesse dans une des sections visibles du rouleau de la Fig.VI.27. a) vitesses absolues ; b) vitesses après soustraction de $U_c = 0.52 U_e$.

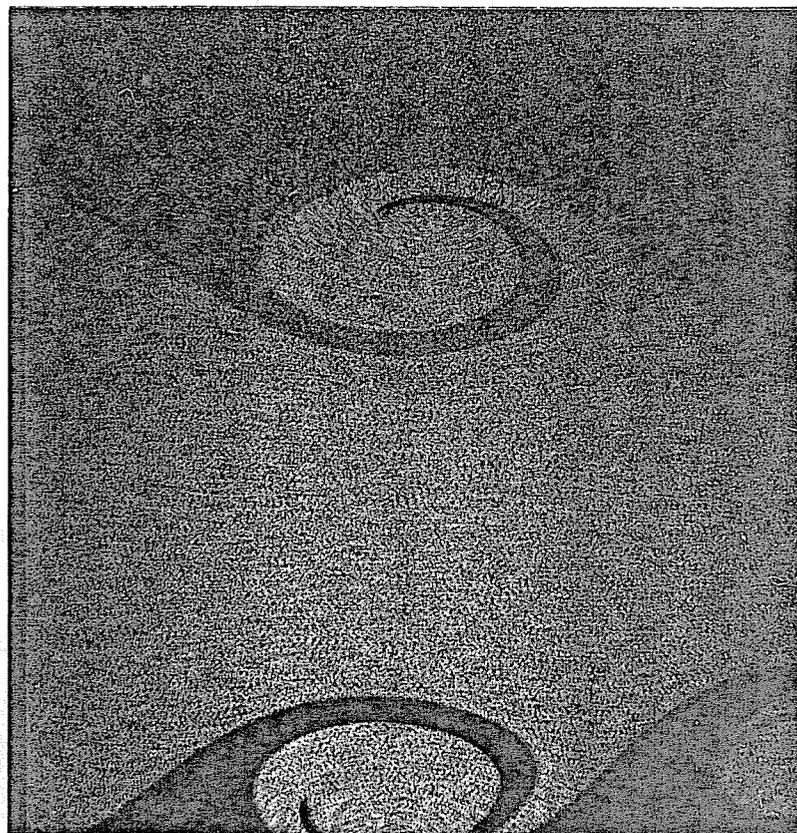


Fig.VI.30.

Rouleau axisymétrique
détecté à $x/D=1$.
délai: 2 périodes
Noter l'ensemencement
de l'ambiance.

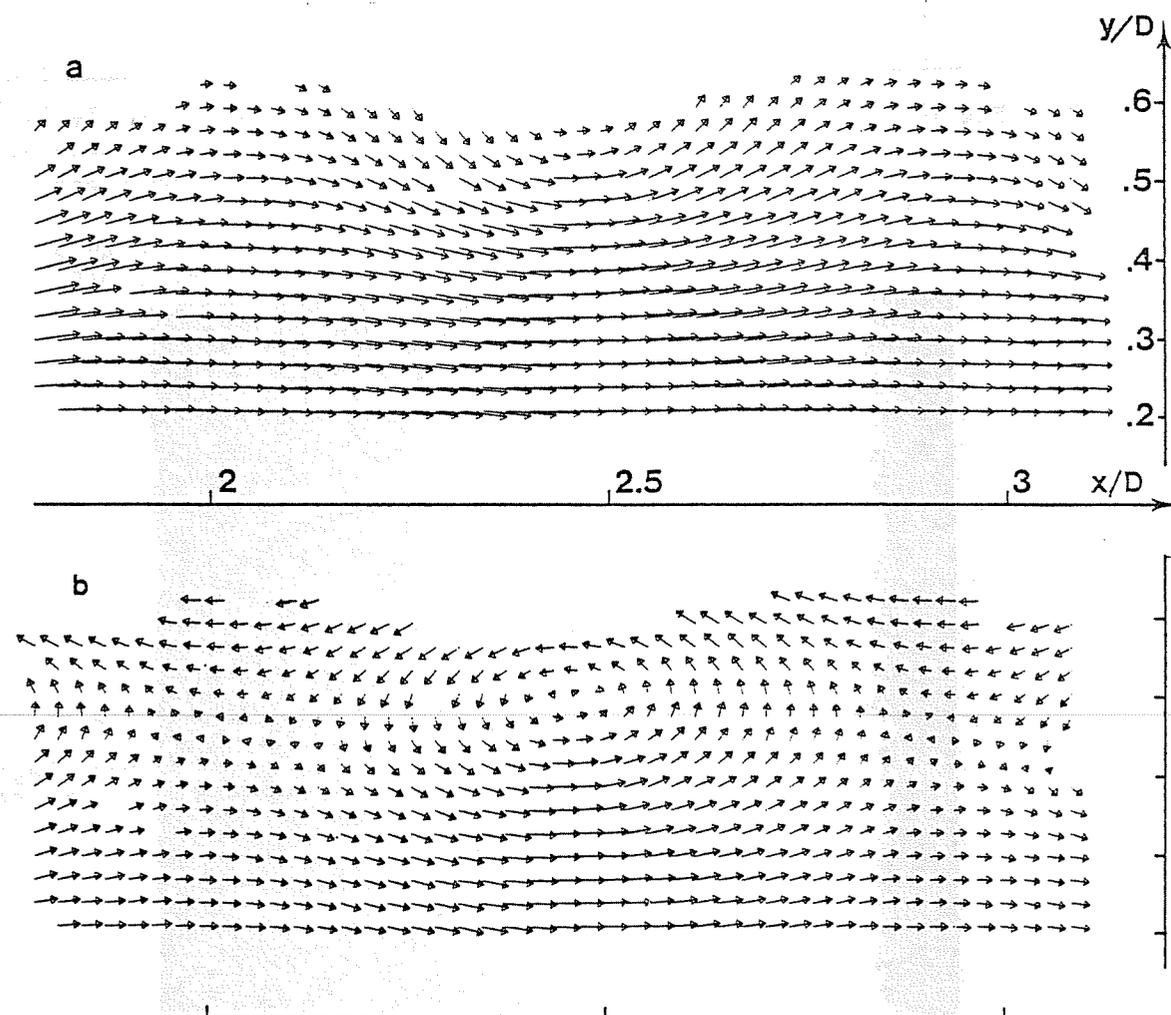


Fig.VI.31. Champ de vitesse du rouleau de la fig.VI.30.

a) vitesses absolues; b) vitesses après soustraction de $U_c = 0.55 U_e$
Les frontières du jet sont dessinées à la fig.VI.32

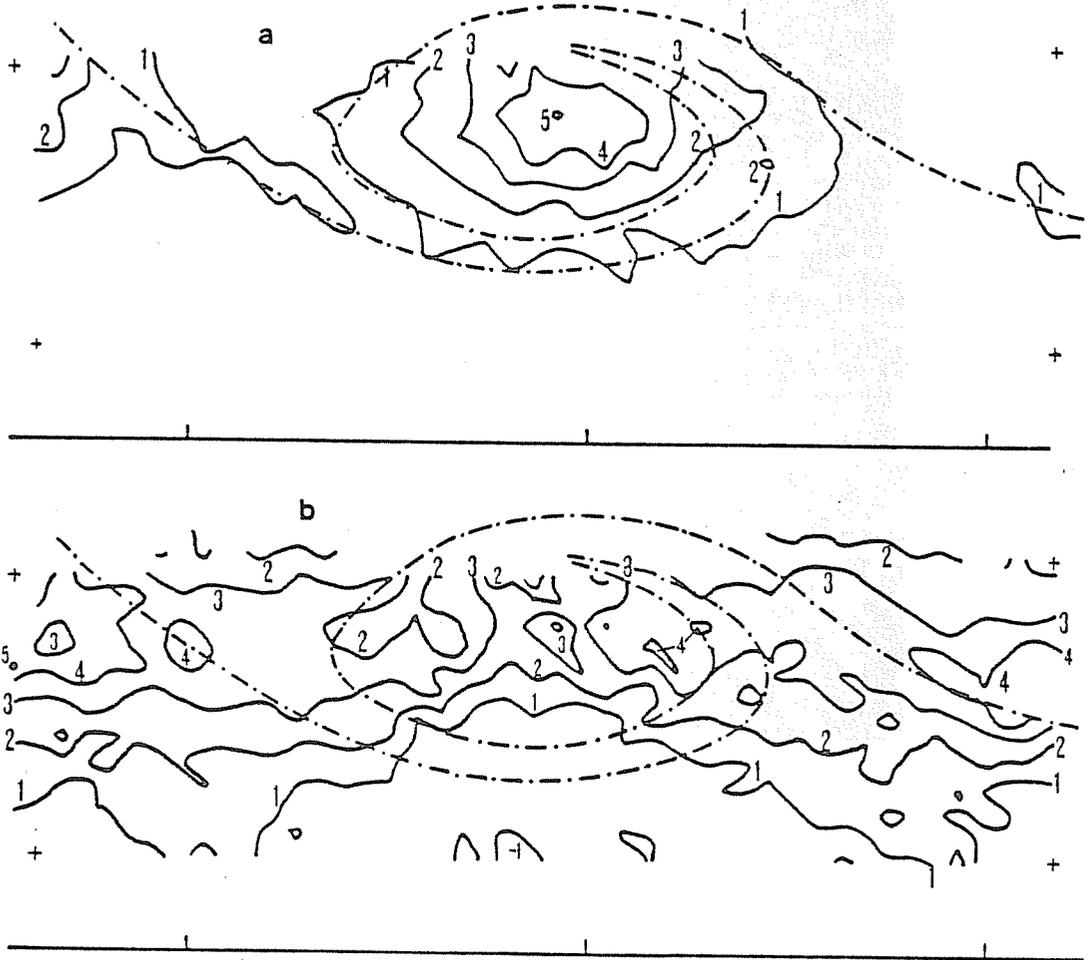


Fig.VI.32. a: lignes d' égal tourbillon Ω/f_p (avec $\Omega = \partial v/\partial x - \partial u/\partial y$ et $f_p = 55 \text{ sec}^{-1}$) correspondant au champ de vitesse de la fig. VI.31. Chaque courbe correspond à un nombre entier de fois l'incrément $\Delta(\Omega/f_p) = 2.42$.
 b: lignes d' égale vitesse de déformation angulaire $\dot{\theta}/f_p$ (avec $\dot{\theta} = -(\partial v/\partial x + \partial u/\partial y)$). L'incrément $\Delta(\dot{\theta}/f_p)$ vaut 1.48.

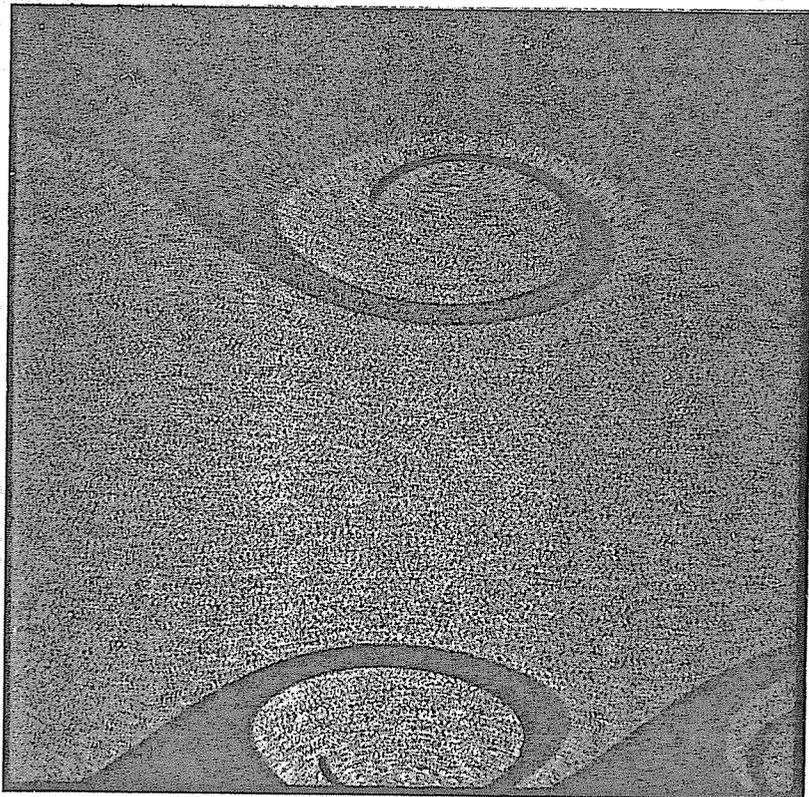
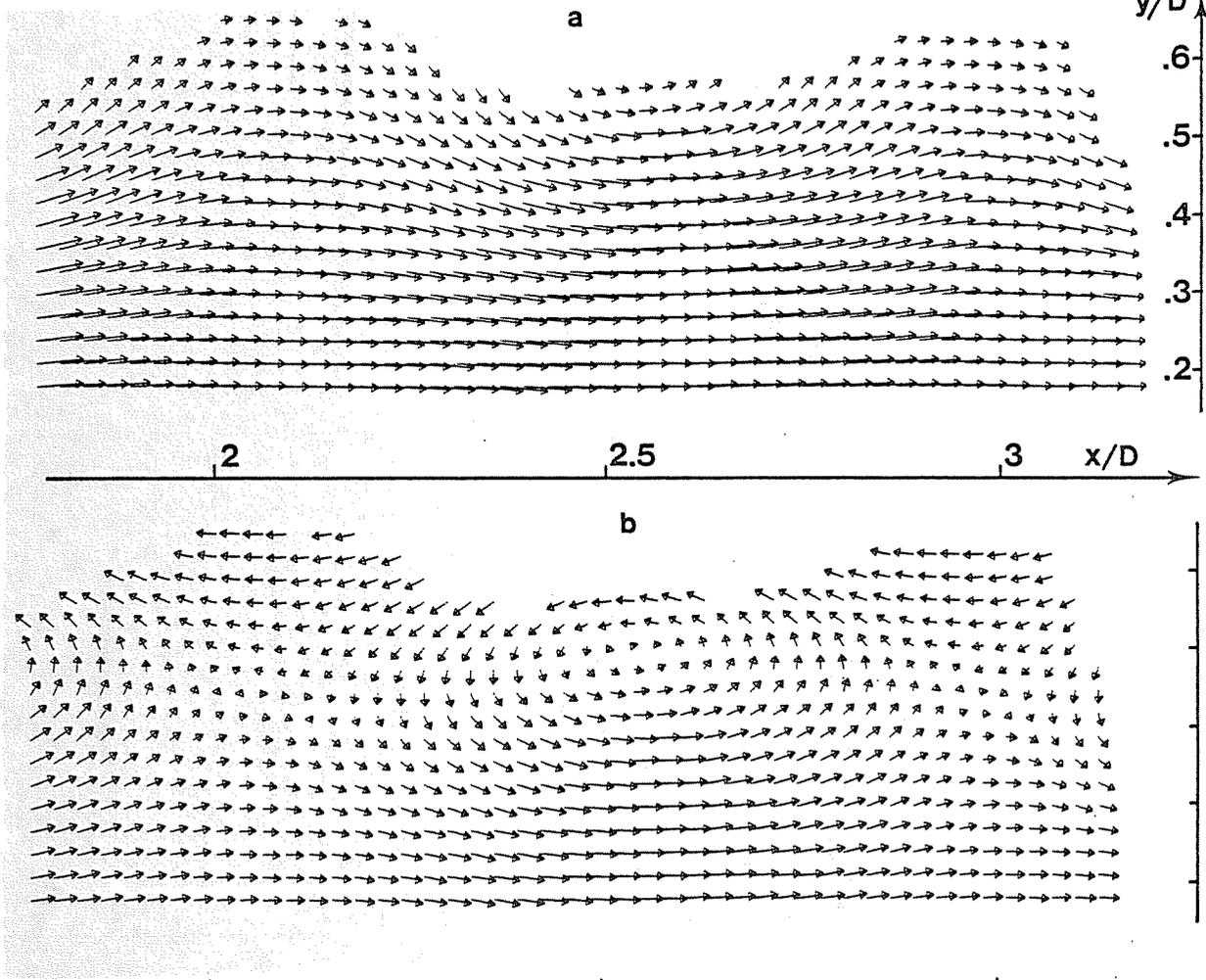


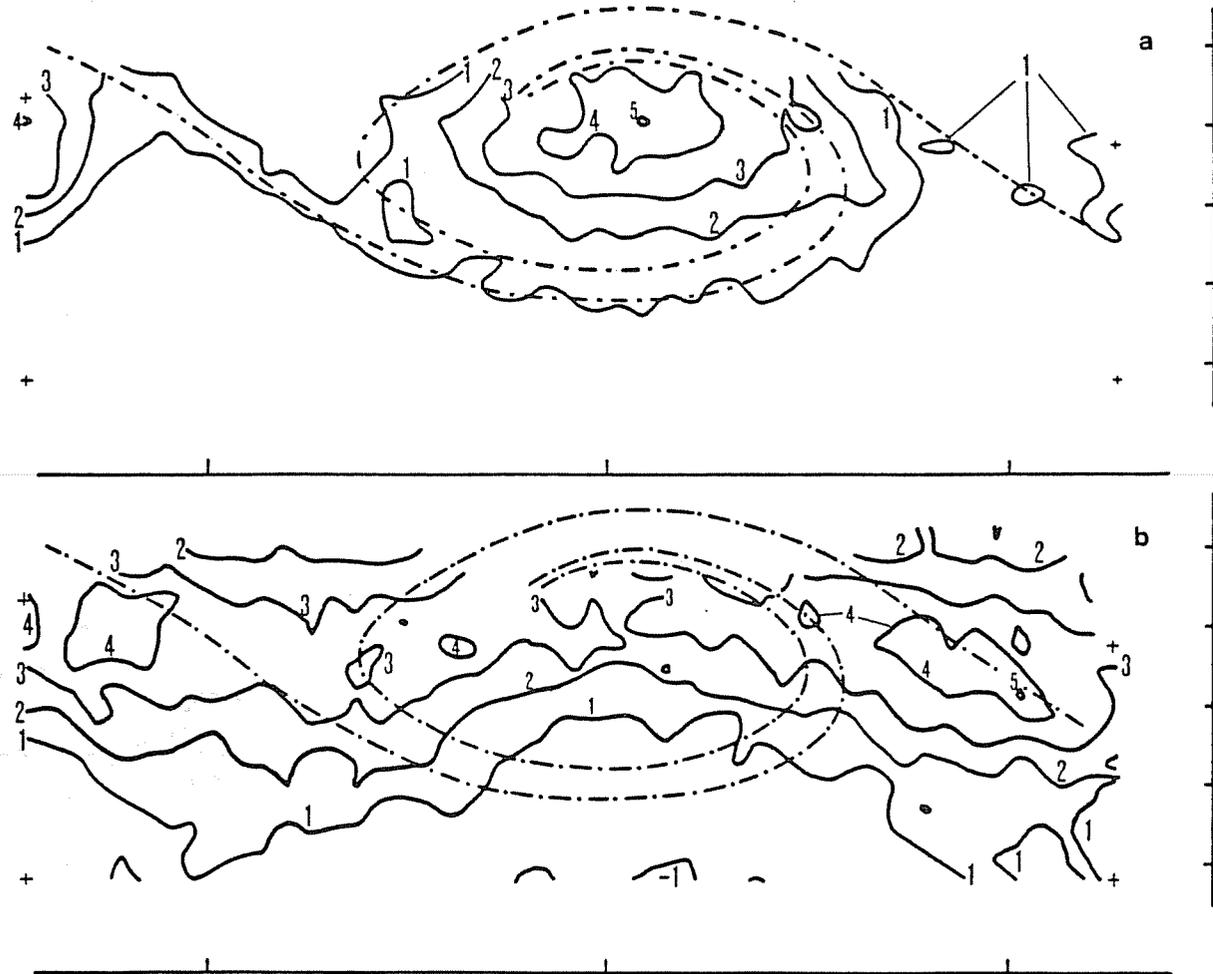
Fig.VI.33.
 Même légende que la fig.VI.30.





↑ Fig.VI.34. Même légende que la fig.VI.31.

↓ Fig.VI.35. Même légende que pour VI.32.
 a: $\Delta(\Omega/f_p) = 2.09$; b: $\Delta(\dot{\theta}/f_p) = 1.48$



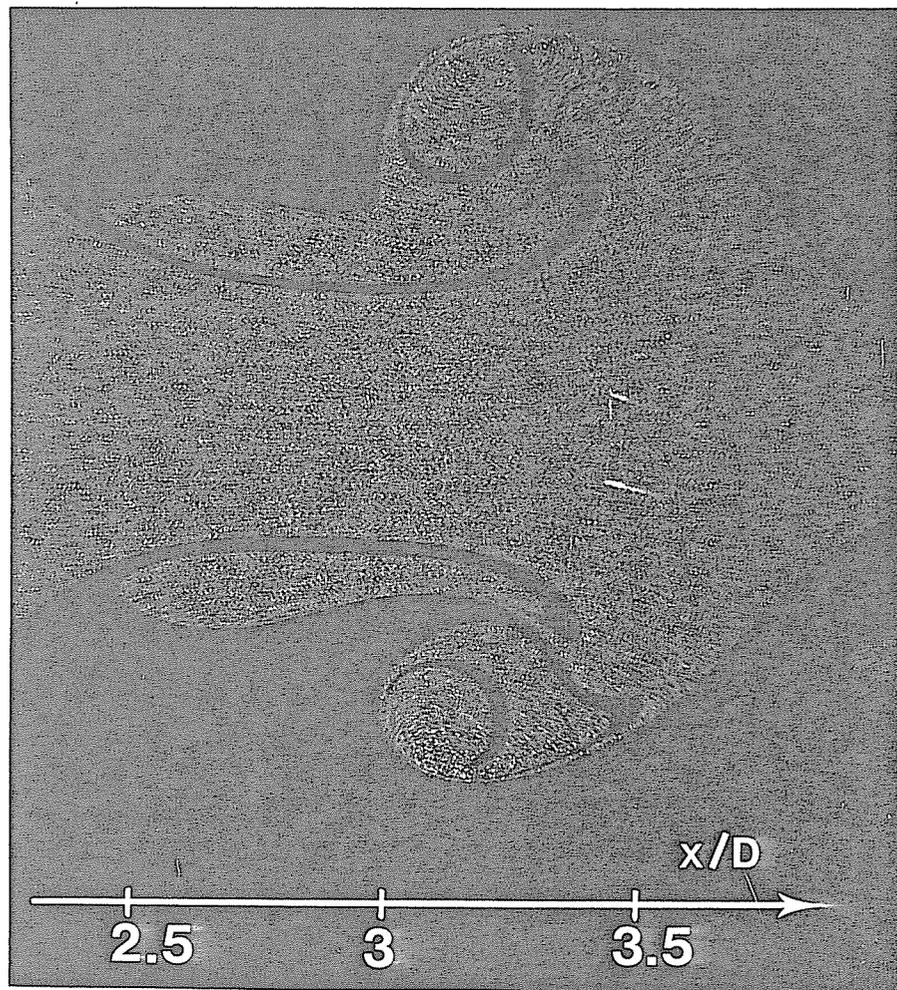


Fig.VI.36. Interaction de rouleaux. Noter l'ombre du fil chaud servant à détecter le passage de l'évènement.

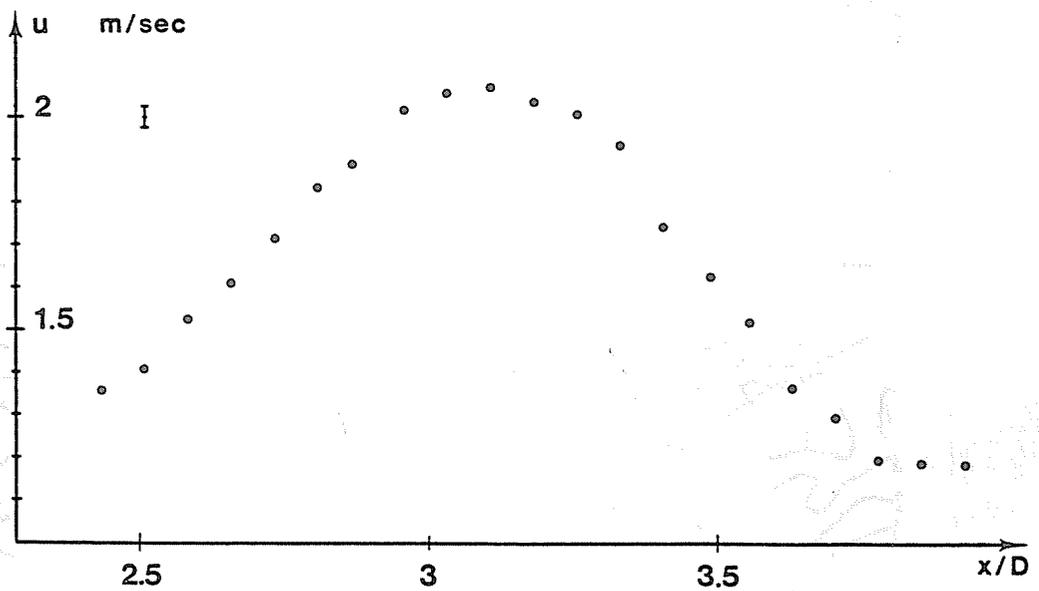


Fig.VI.37a. Vitesse longitudinale le long de l'axe dans l'écoulement de la figure VI.36.

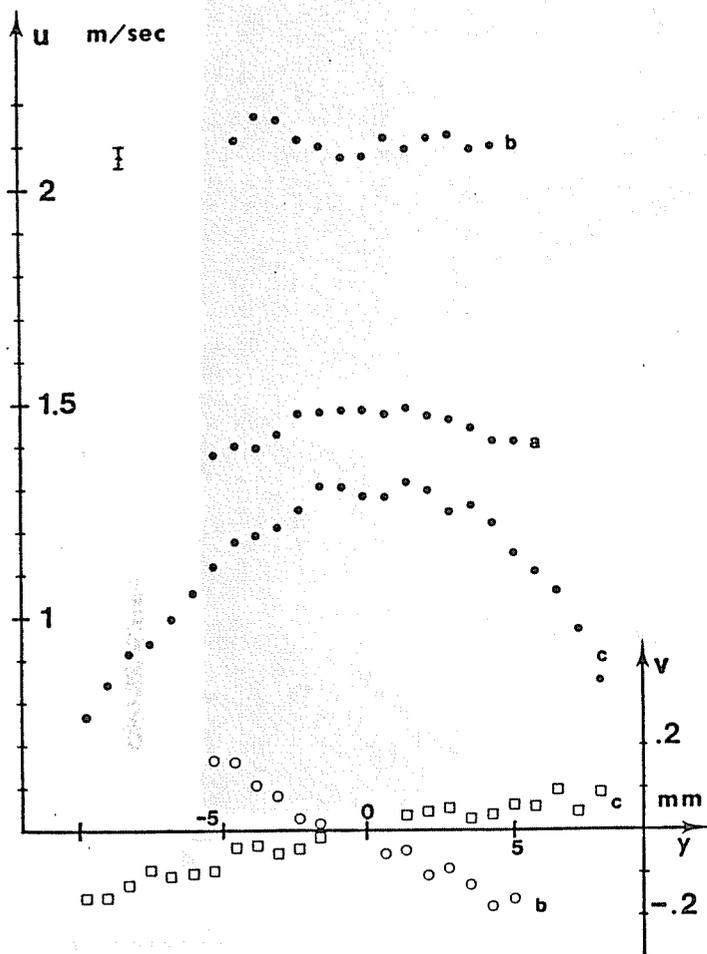


Fig.VI.37b

Composantes u (longitudinale) et v (transversale) à trois distances différentes de l'embouchure.

- a: $x/D = 2.55$ ●: u
- b: $x/D = 3.11$ ●: u ○: v
- c: $x/D = 3.72$ ●: u □: v

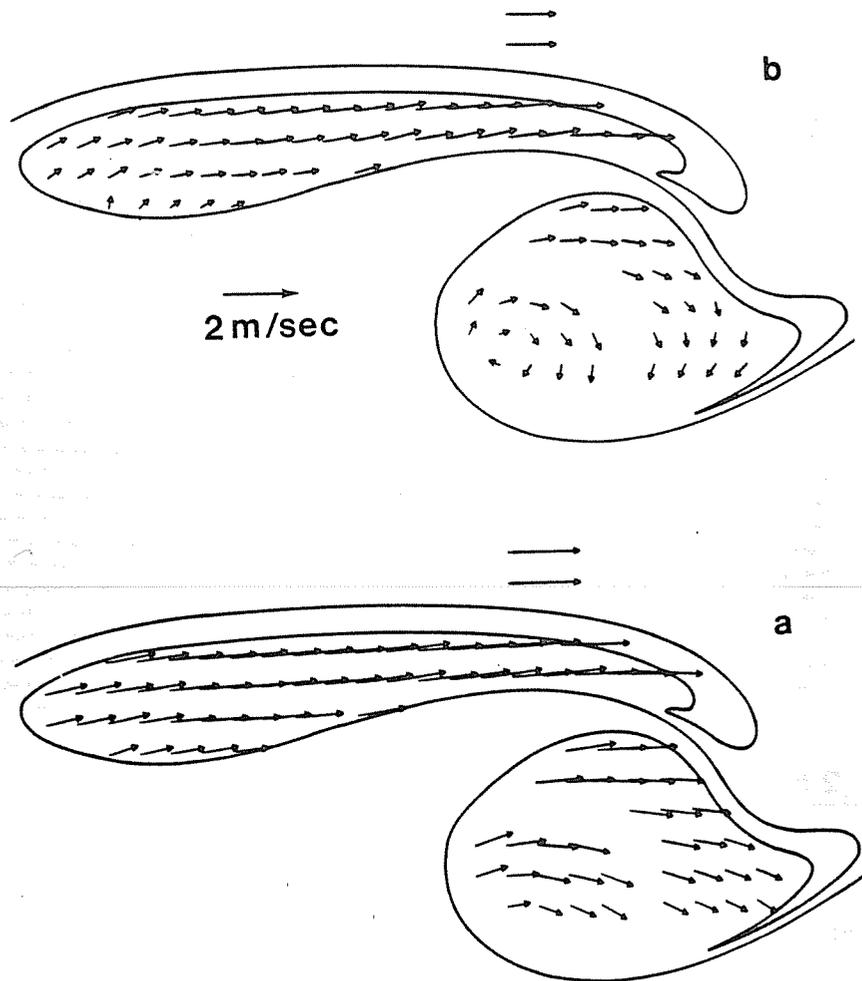


Fig.VI.38. Champs de vitesse des rouleaux interagissant de la fig.VI.36
 a: vitesses absolues ; b: vitesses après soustraction de $U_c = 0.40 U_e$

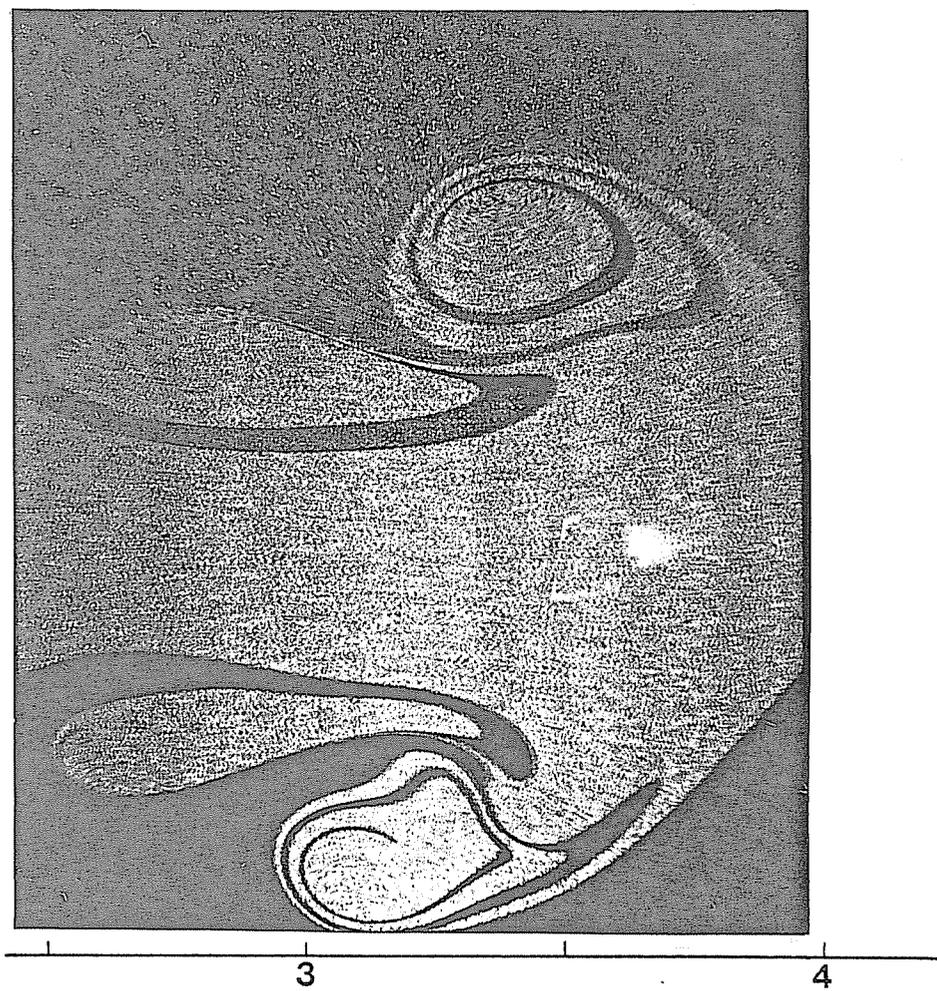


Fig.VI.39. Interaction des rouleaux avec ensemençement de l'atmosphère.

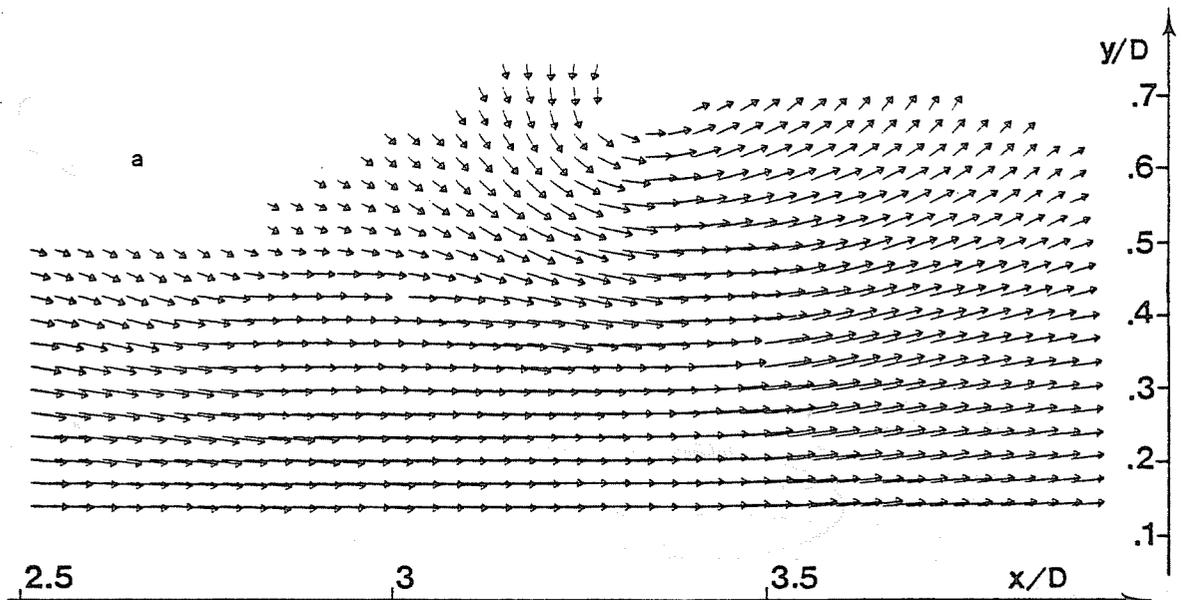


Fig.VI.40a Champ de vitesse des rouleaux interagissant de la fig.VI.39.
a: $U_c = 0$

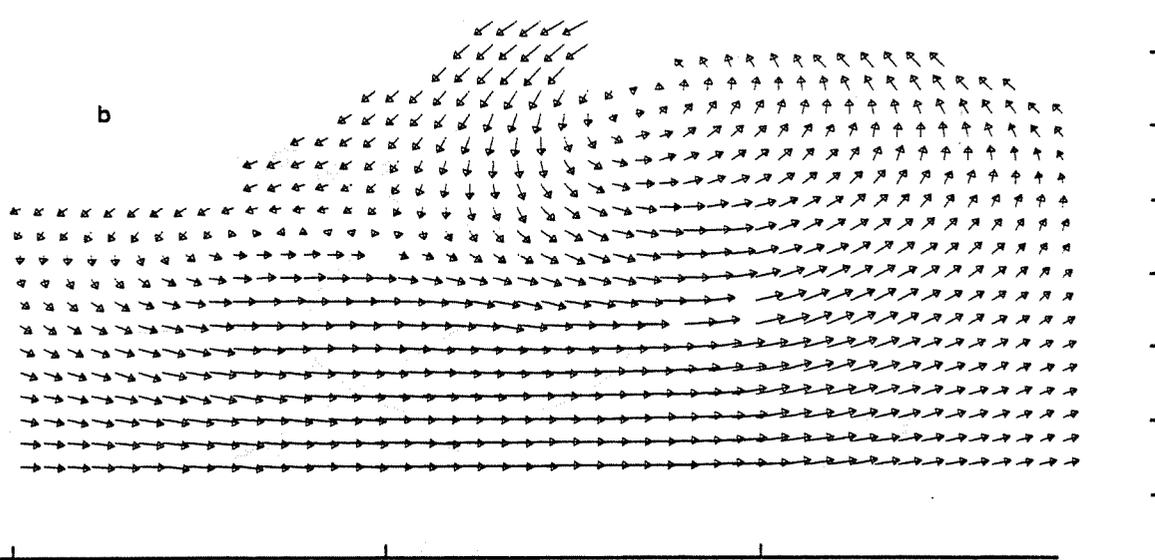


Fig.VI.40b. $U_c = 0.44 U_e$

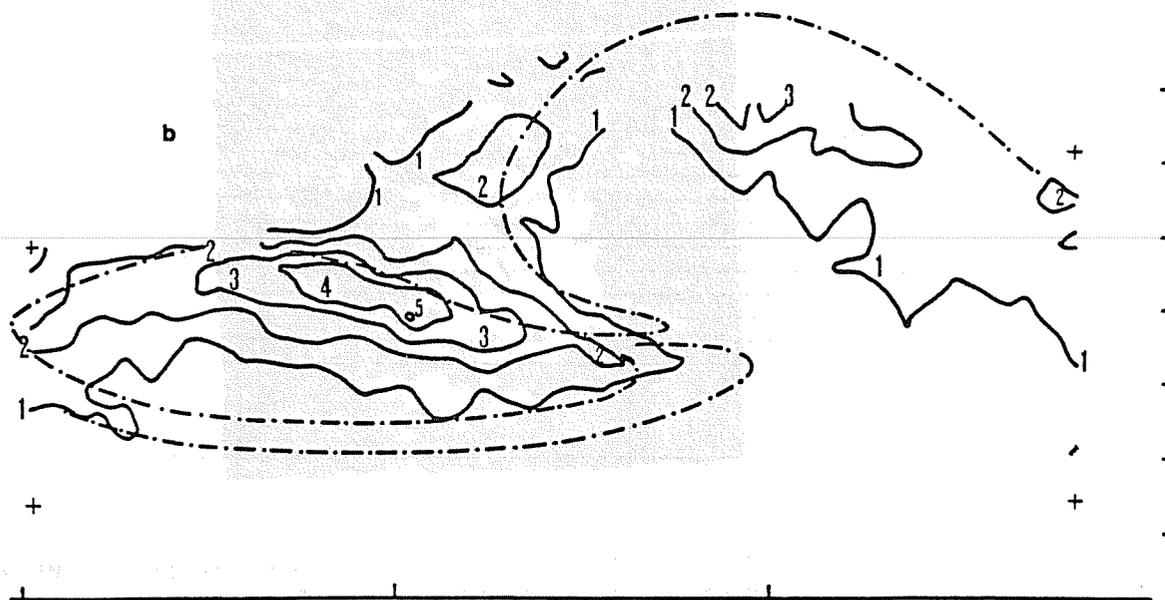
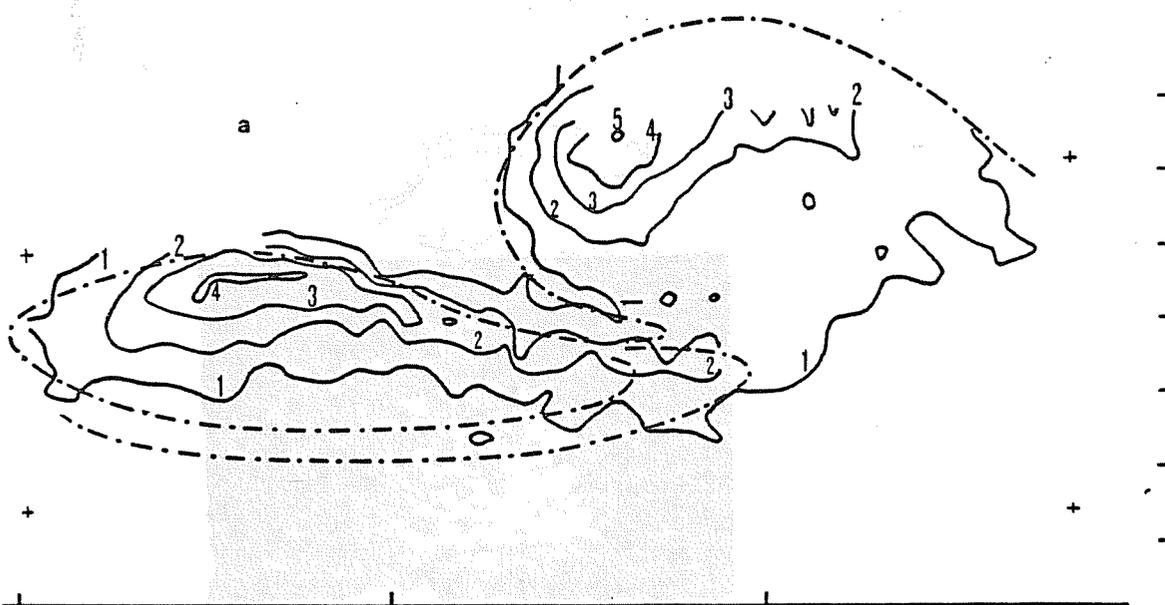


Fig.VI.41. a: Tourbillon, $\Delta(\Omega/f_p) = 2.35$;
 b: vitesse de déformation angulaire, $\Delta(\dot{\theta}/f_p) = 2.00$.
 Les frontières du jet sont dessinées en traits interrompus

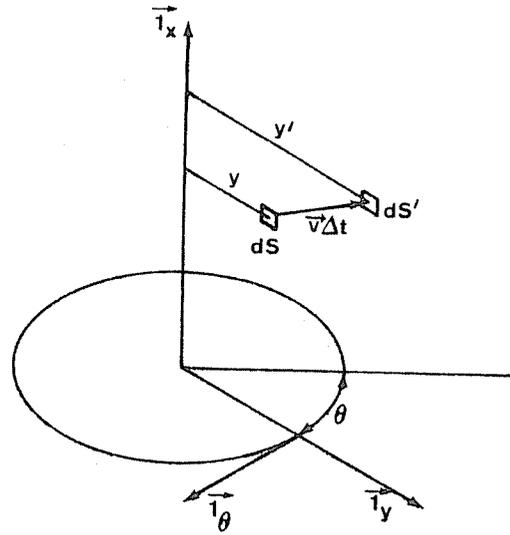


Fig.VI.42.

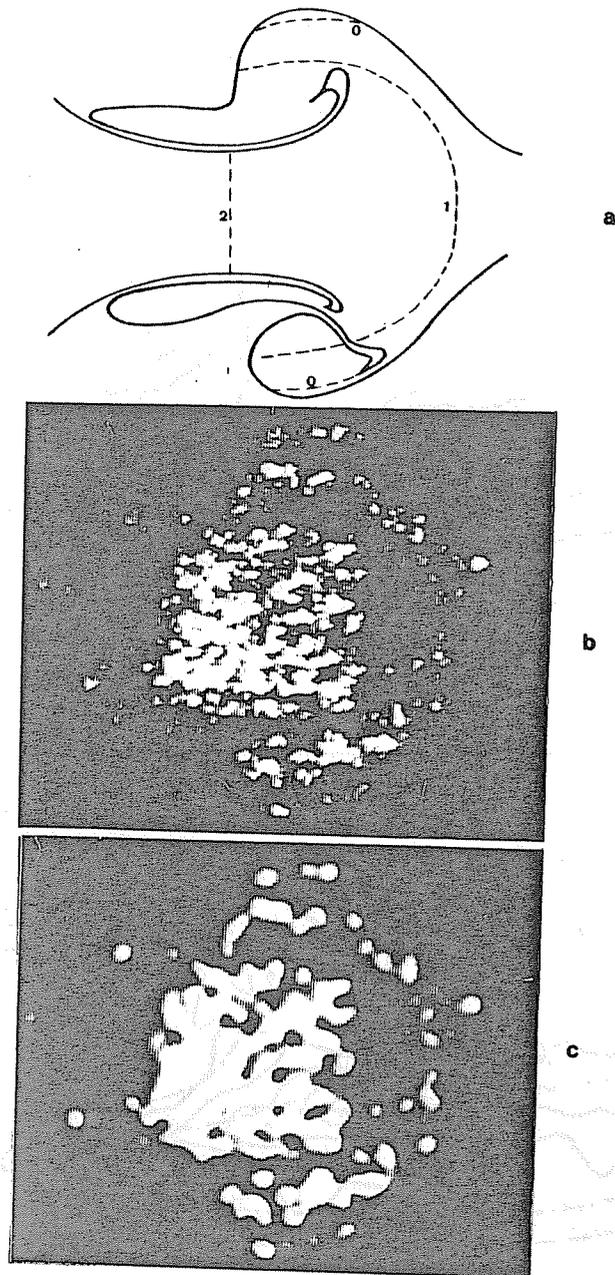


Fig.VI.43. Contours isovitesse de l'écoulement de la fig.VI.36
 a: repérage et numérotation des franges;
 b: image originale $\Delta v_x = 1.02$ m/sec ;
 c: image après augmentation du contraste, filtrage passe-bas et
 une nouvelle augmentation du contraste (et reproduction photo !)

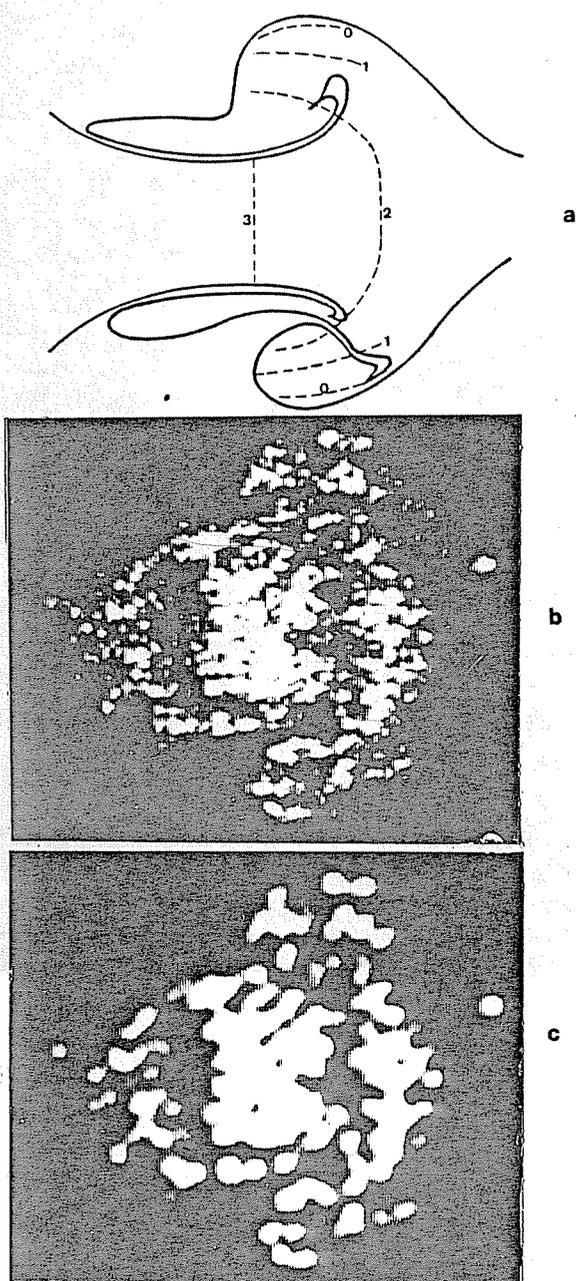


Fig.VI.44. Voir la figure VI.43, $\Delta v_x = 0.71$ m/sec.

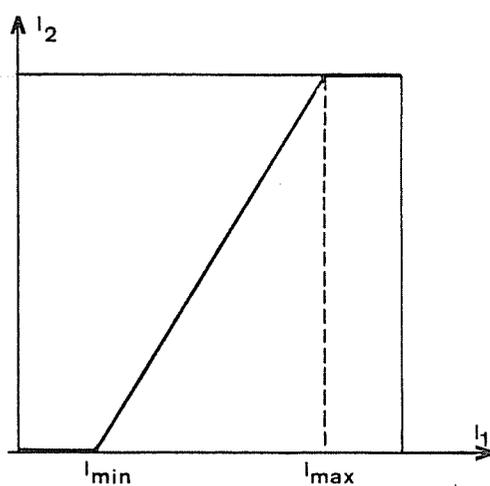


Fig.VI.45.

Fonction de transfert pour l'augmentation du contraste. I_{\max} et I_{\min} sont des paramètres ajustables.

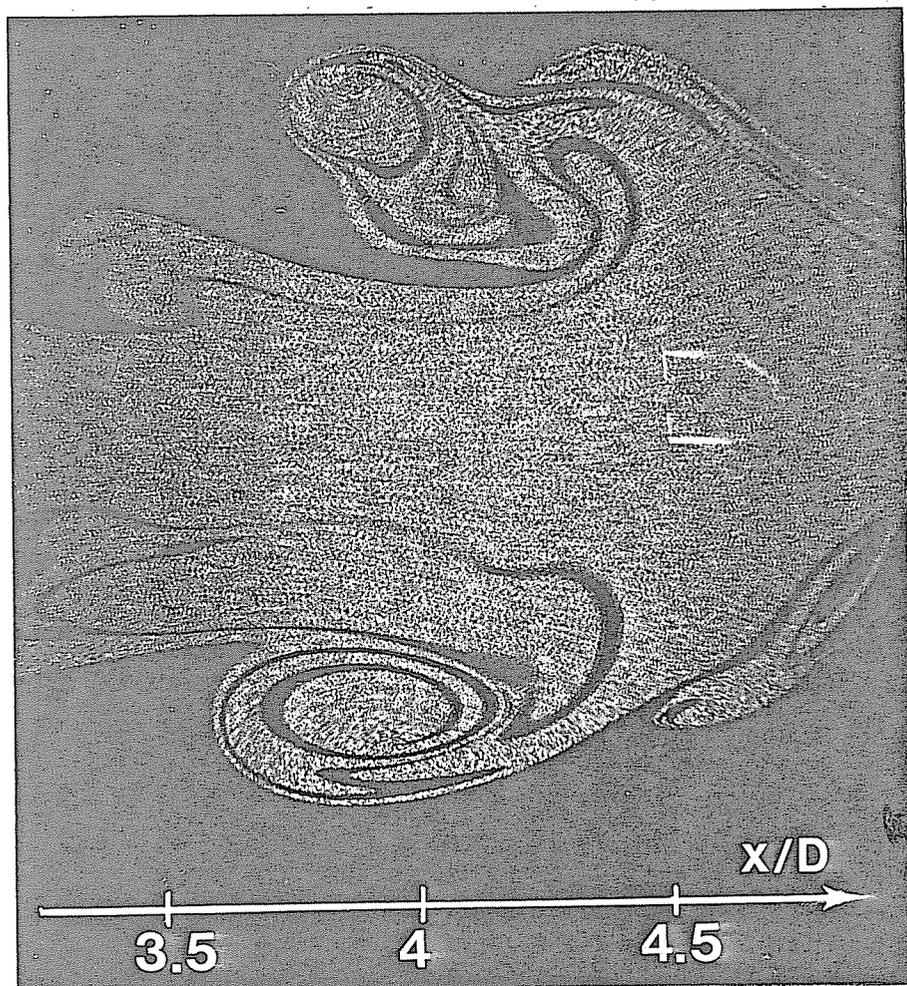


Fig.VI.46 Appariement des rouleaux. Structure détectée à $x/D=4.5$

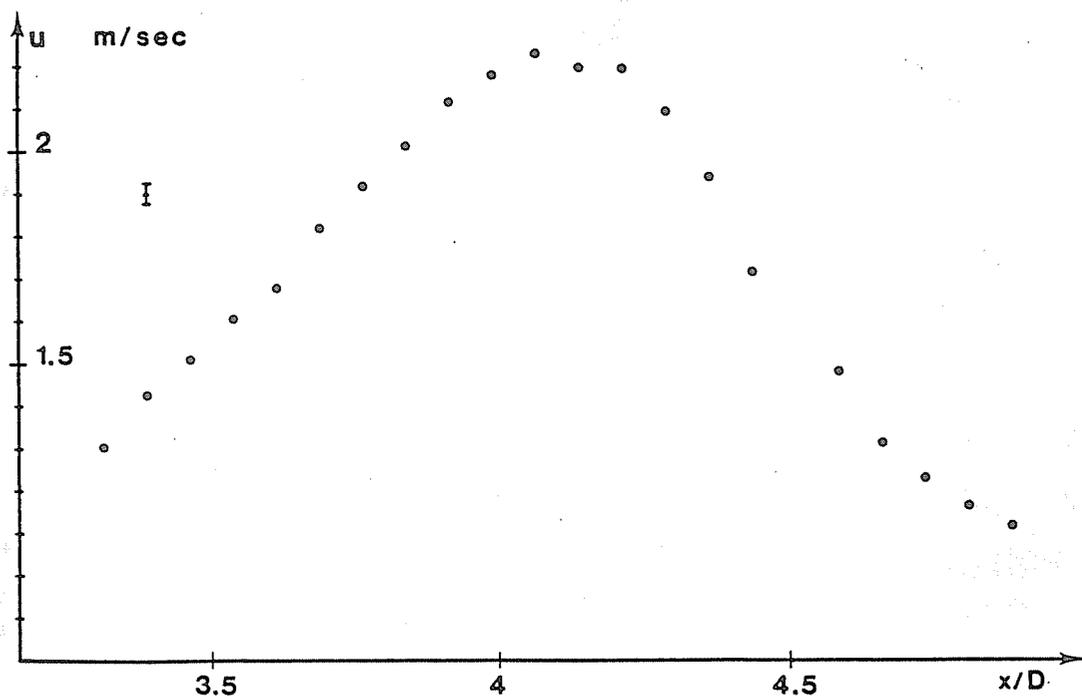


Fig.VI.47a. Vitesse longitudinale le long de l'axe (écoulement de la fig.VI.46)

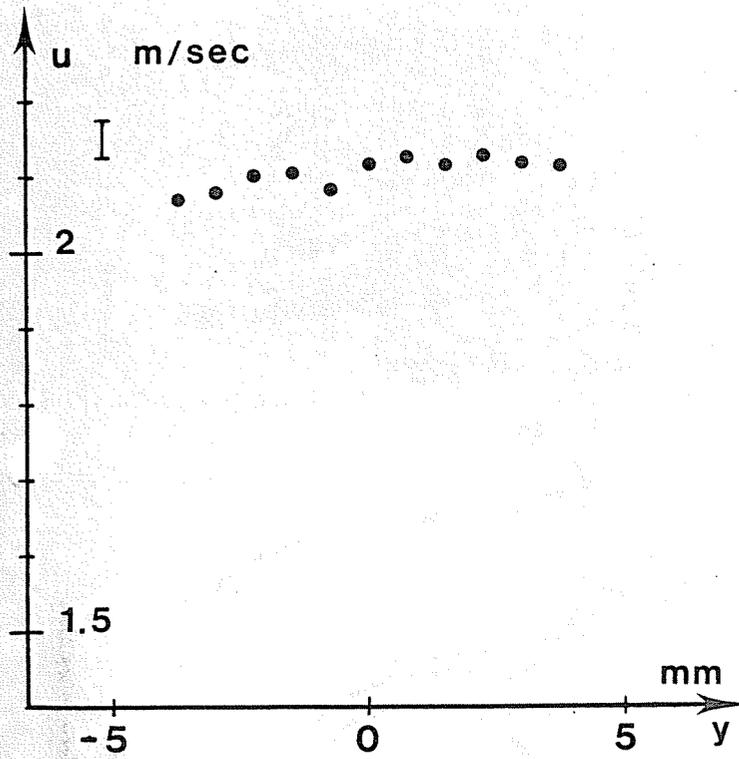


Fig.VI.47b Vitesse longitudinale à $x/D=3.90$ (écoulement de la fig.VI.46)

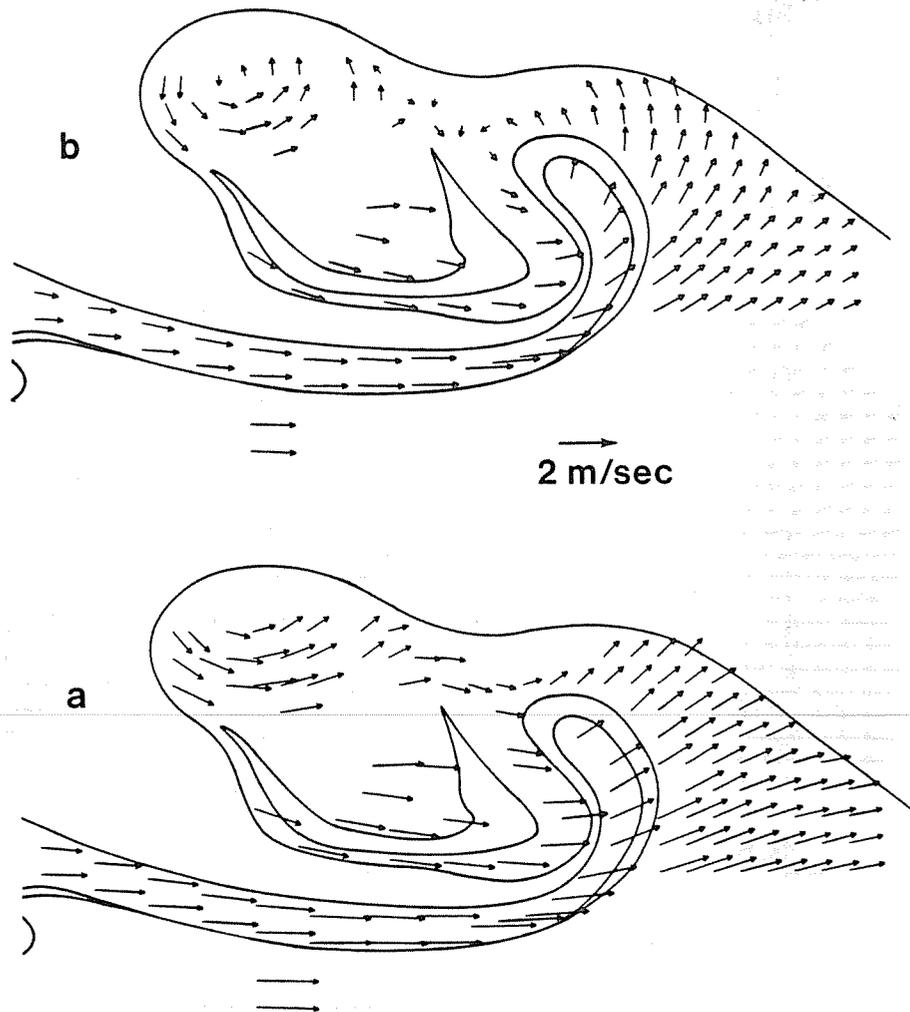


Fig.VI.48. Champ de vitesse de la structure appariée de la fig.VI.46
 a: $U_c = 0$; b: $U_c = 0.40 U_e$

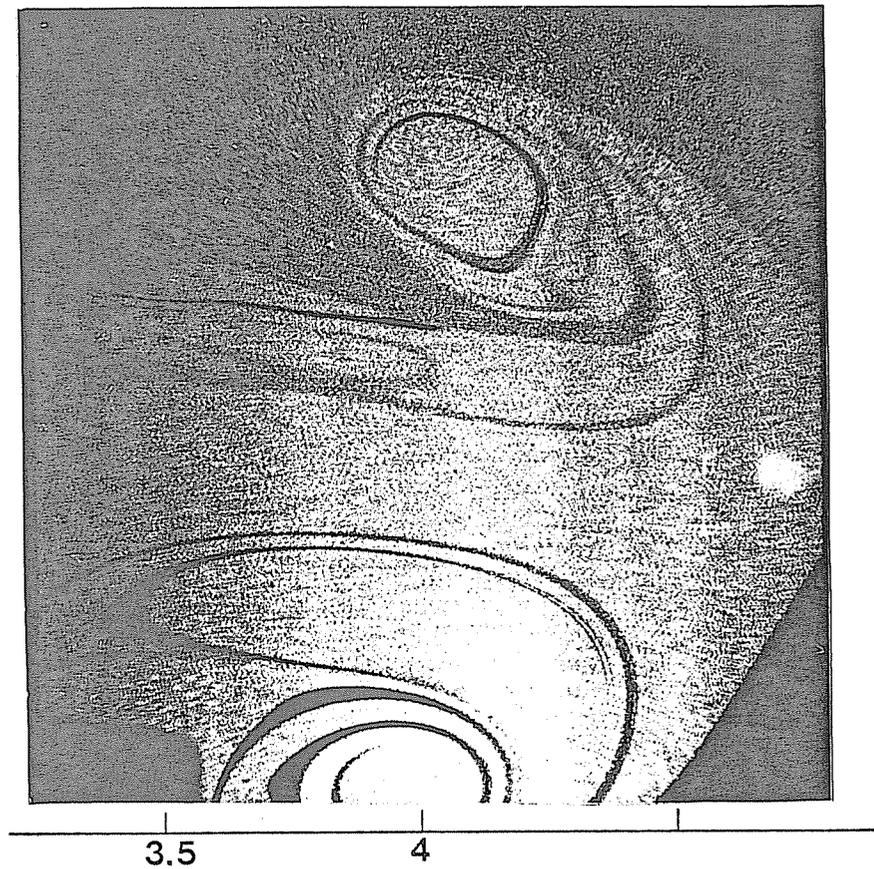


Fig.VI.49. Appariement des rouleaux. Structure détectée à $x/D=4.5$ avec ensemencement de l'atmosphère.

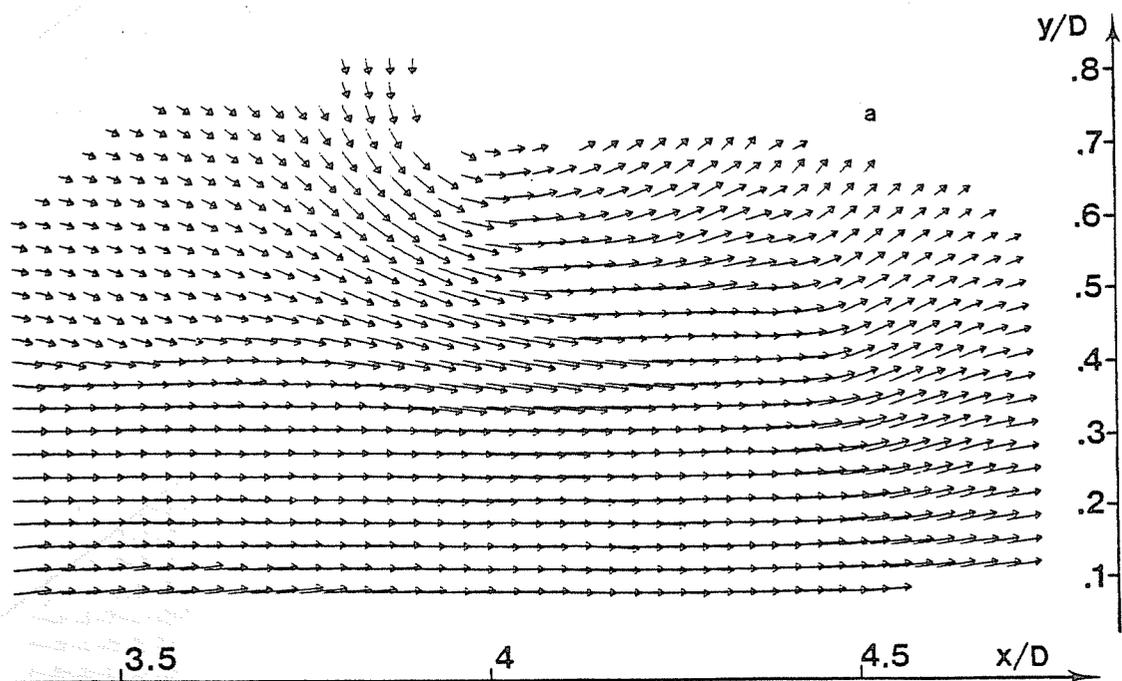


Fig.VI.50a Champ de vitesse des rouleaux appariés de la figure VI.49; $U_c = 0$

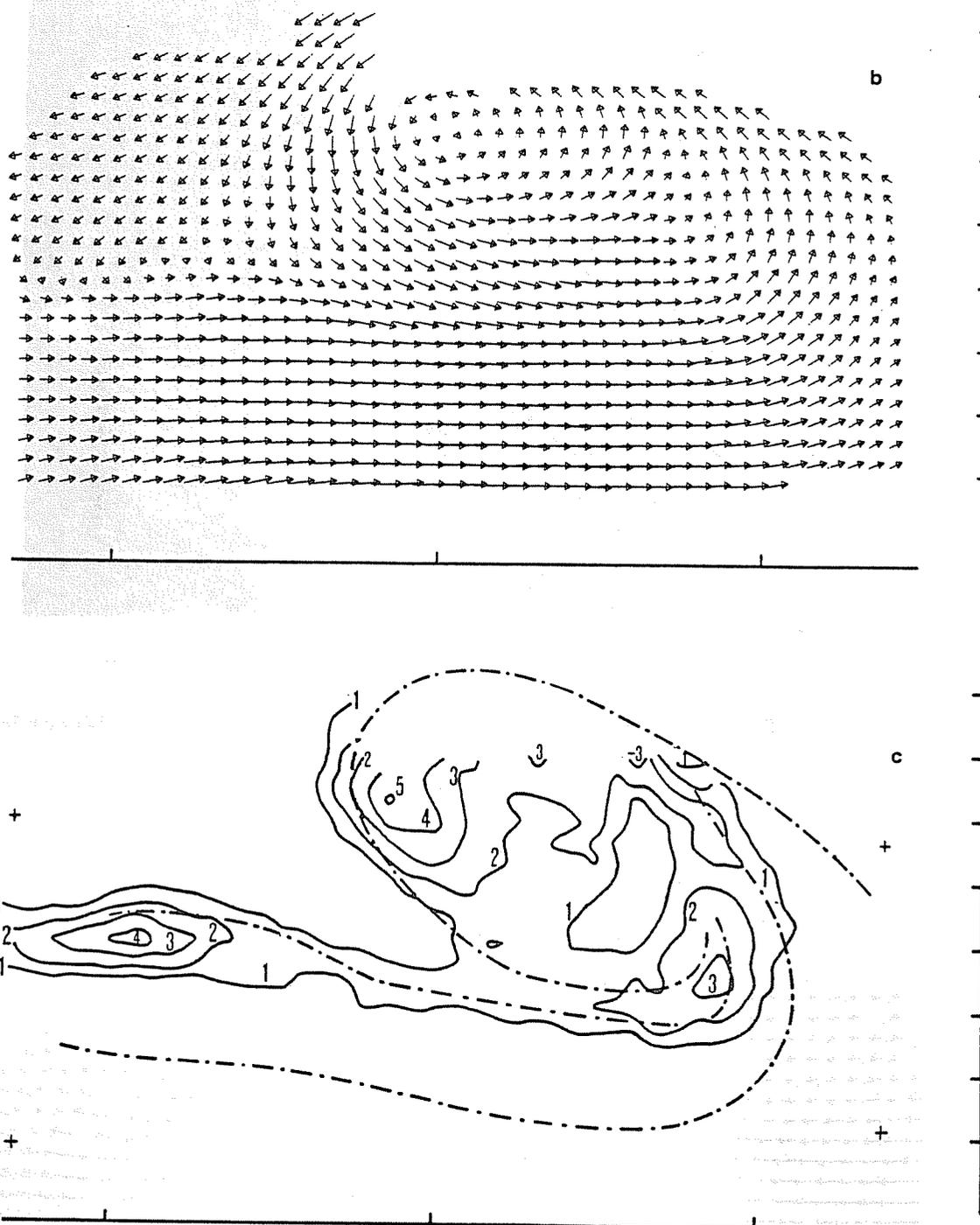
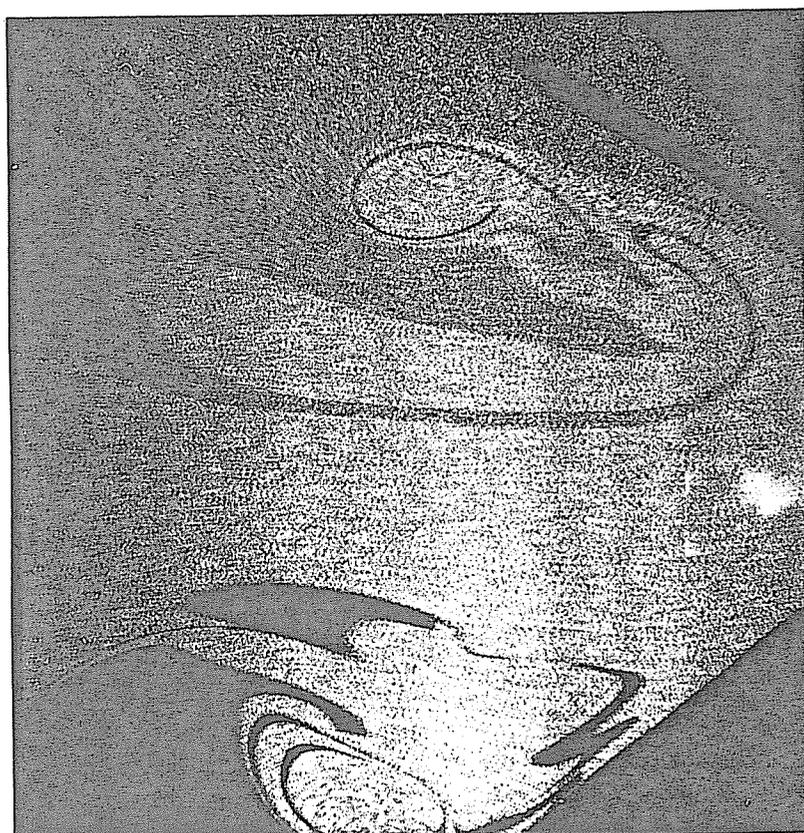


Fig.VI.50. Champs de vitesse et lignes d' égal tourbillon des rouleaux appariés de la fig.VI.49.

a: vitesse, $U_c = 0$

b: vitesse, $U_c = 0.5U_e$

c: tourbillon, $\Delta(\Omega/f_p) = 2.35$



3.5

4

Fig.VI.51. Appariement des rouleaux. Structure détectée à $x/D=4.5$ avec ensemencement de l'atmosphère.

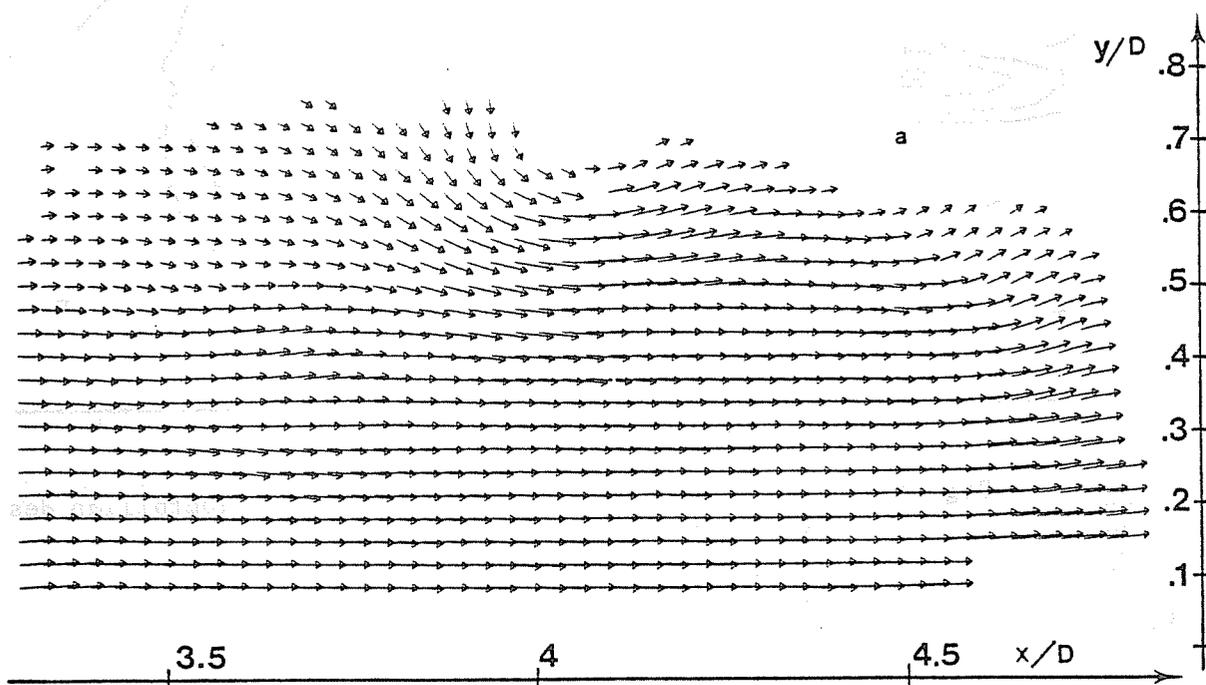


Fig.VI.52. Champ de vitesse (écoulement de la fig.VI.51)
 $U_c = 0$

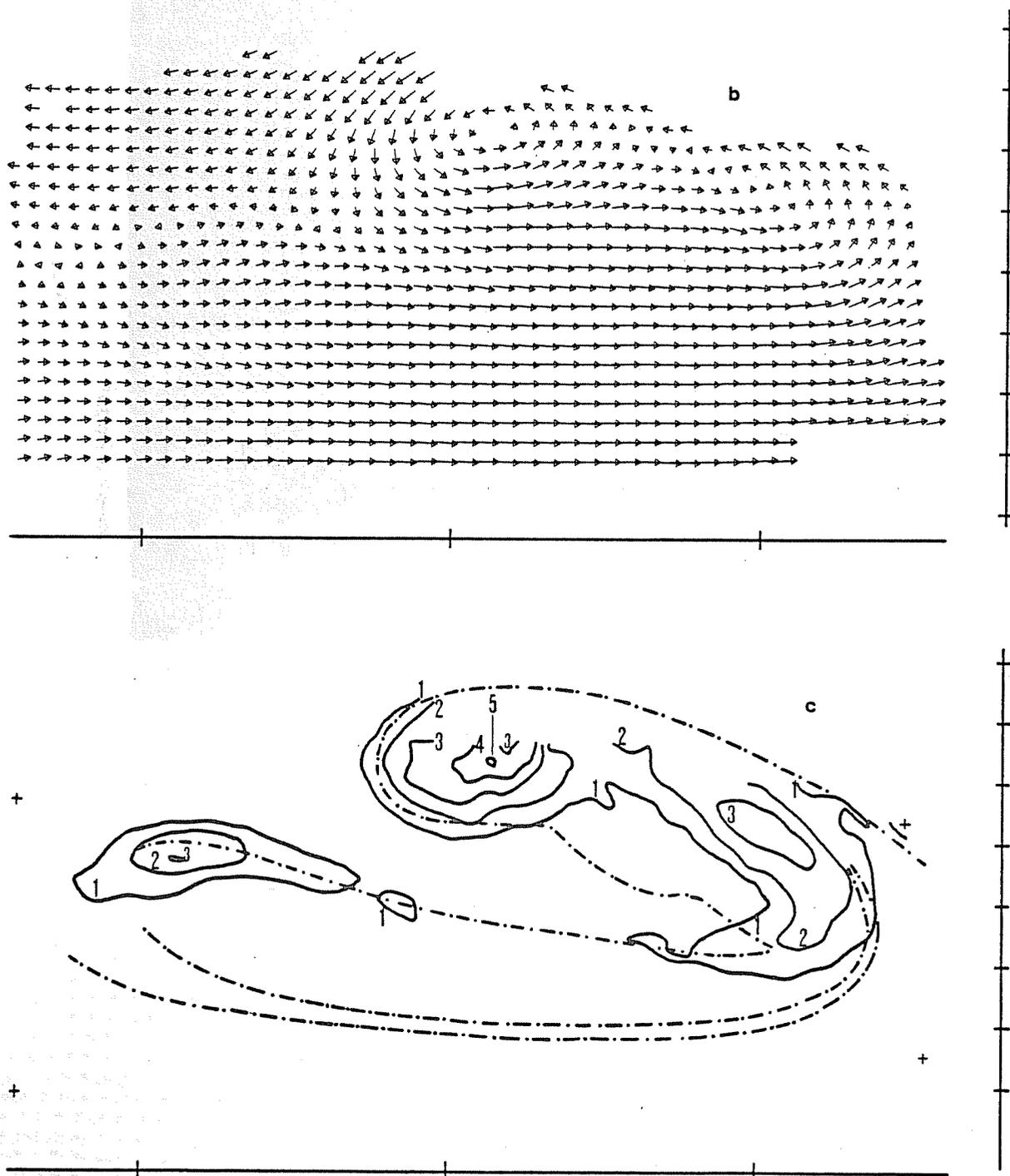


Fig.VI.52. Champs de vitesse et de tourbillon des rouleaux appariés de la fig.VI.51.

a) vitesse, $U_c = 0$

b) vitesse, $U_c = 0.5 U_e$

c) tourbillon, $\Delta(\Omega/f_p) = 2.87$

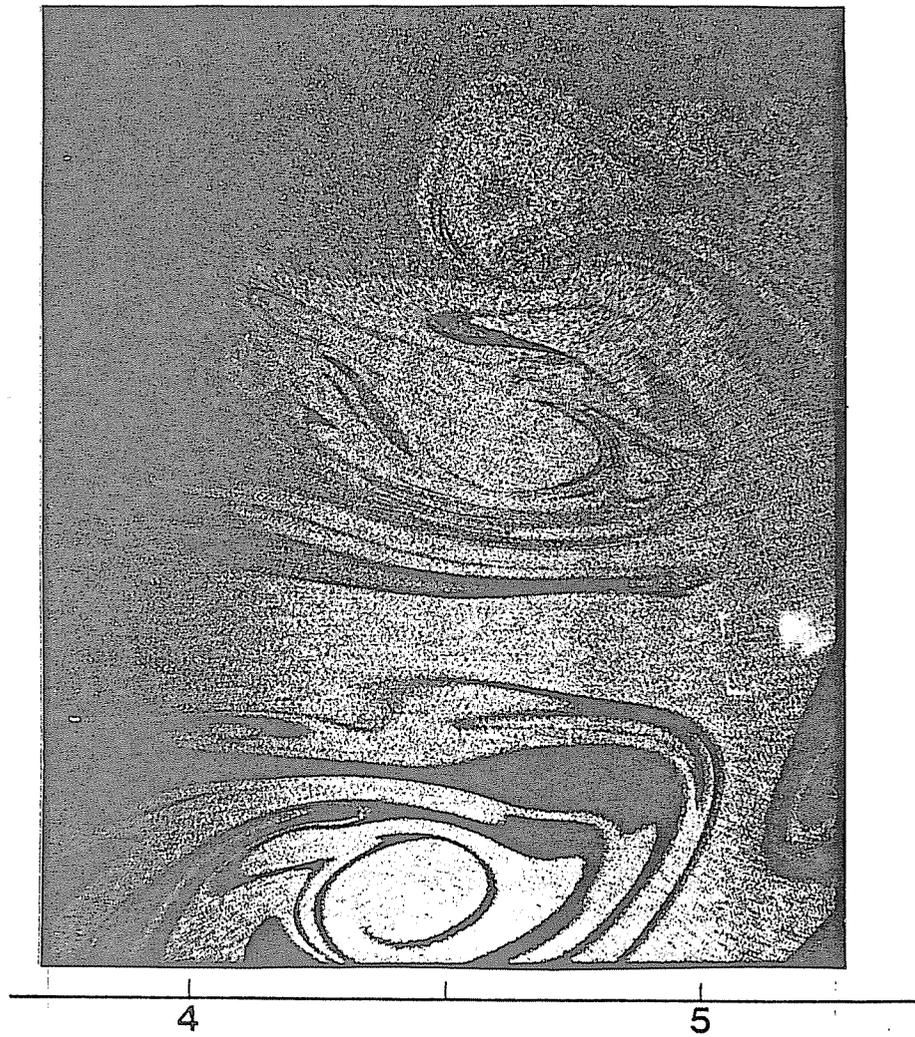


Fig.VI.53. Structure appariée détectée à $x/D=5$

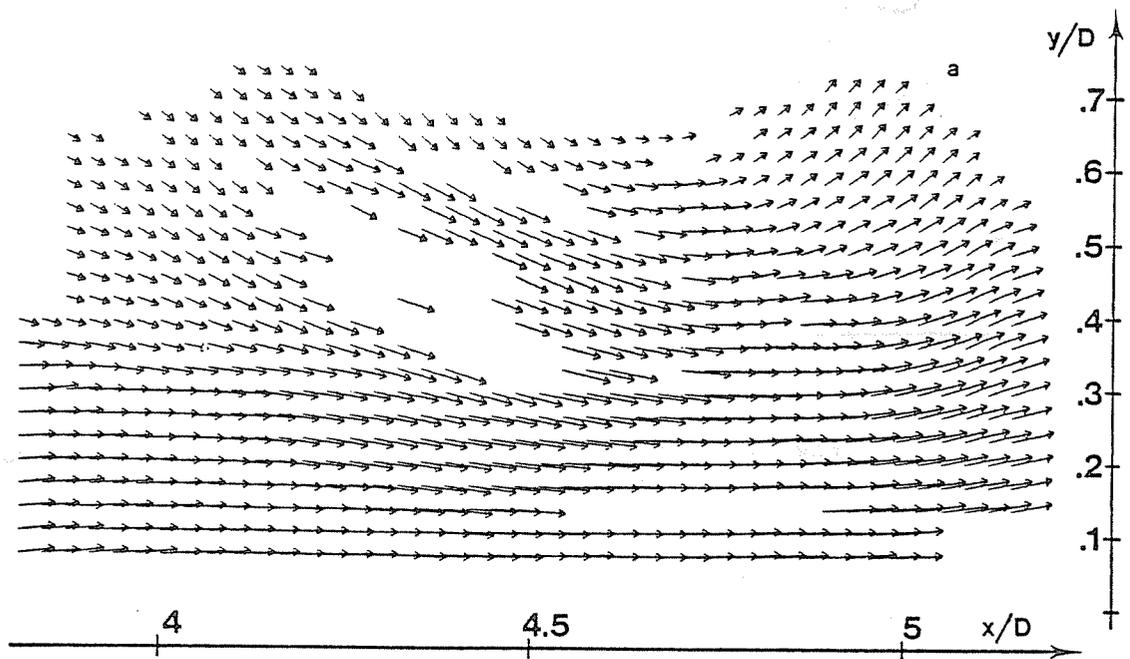


Fig.VI.54a Champ de vitesse (écoulement de la fig.VI.53)
 $U_c = 0$

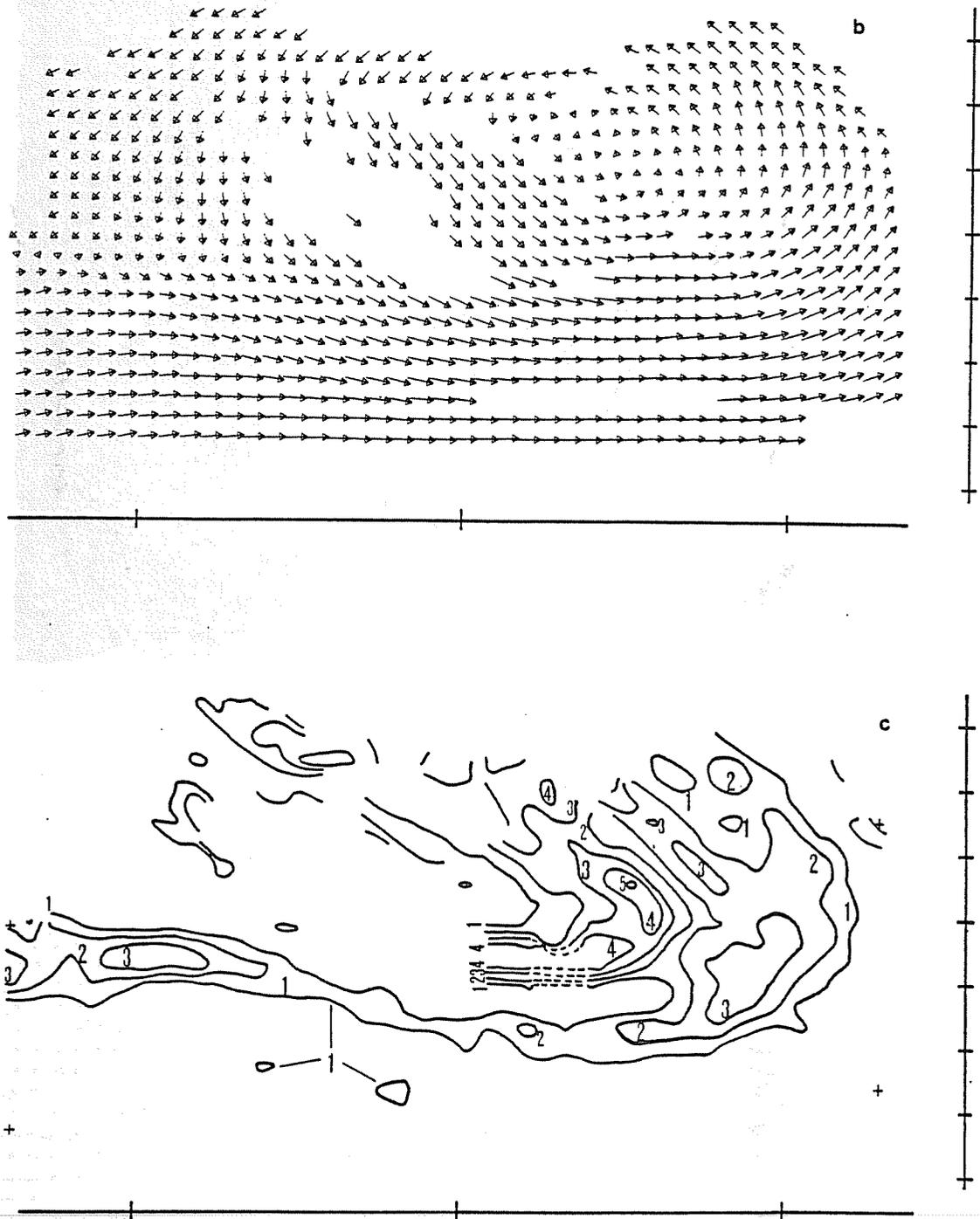


Fig.VI.54. Champ de vitesse et lignes d' égal tourbillon de la structure appariée de la fig.VI.53. Noter le trou béant dans ces champs, dû à la tridimensionnalité.

a: vitesse, $U_c = 0$.

b: vitesse, $U_c = 0.5 U_e$

c: tourbillon, $\Delta(\Omega/f_p) = 1.80$. Certains contours sont qualitativement interpolés (traits interrompus).



Fig.VI.55. Structure à grande échelle détectée à $x/D=6$.

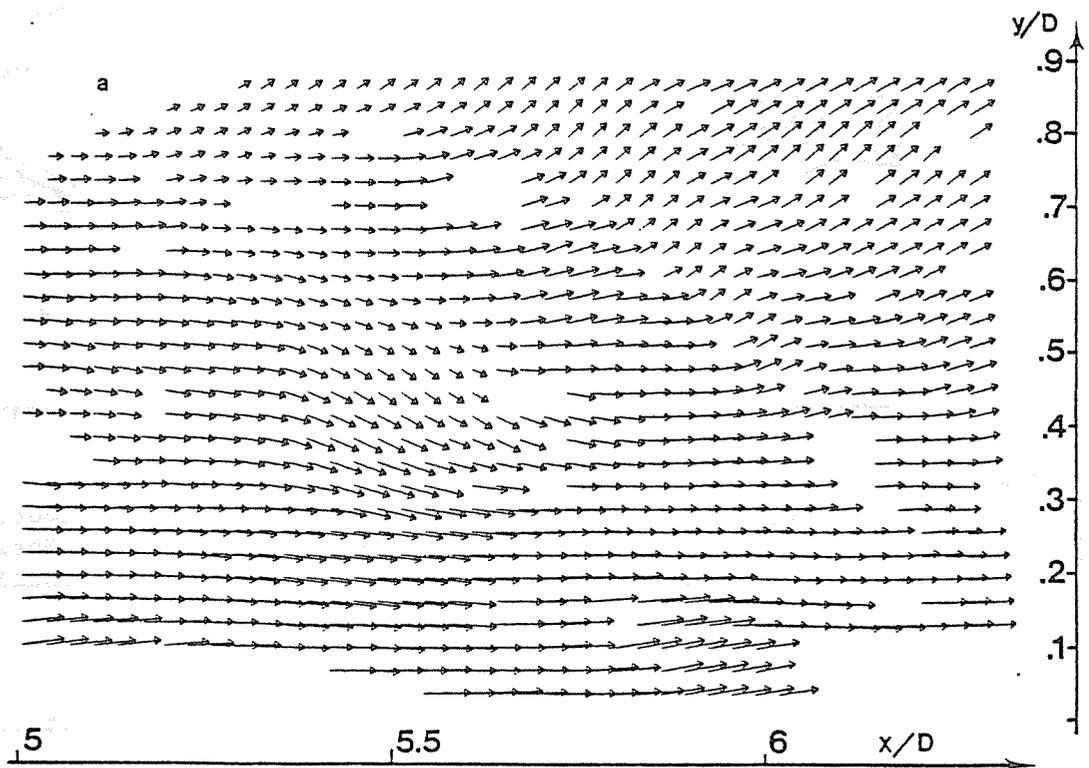


Fig.VI.56. Champ de vitesse (écoulement de la fig.VI.55), $U_c = 0$.

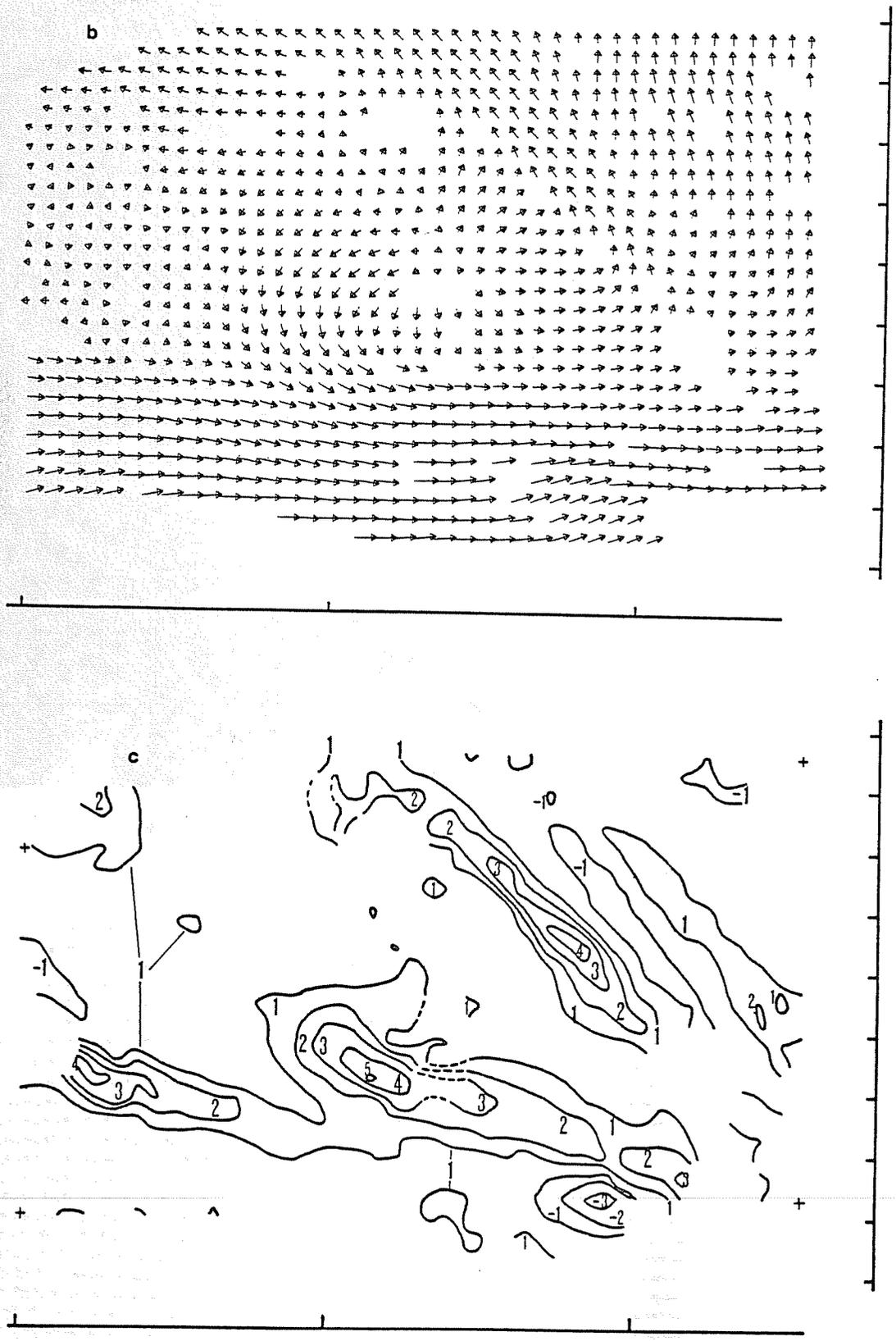


Fig.VI.56. Champ de vitesse et lignes d' égal tourbillon de la structure à grande échelle de la fig.VI.55.

- a: vitesse, $U_c = 0$
- b: vitesse, $U_c = 0.5 U_e$
- c: tourbillon, $\Delta(\Omega/f_p) = 1.96$



Fig. VI.57
Structure à grande
échelle détectée
à $x/D = 6$.

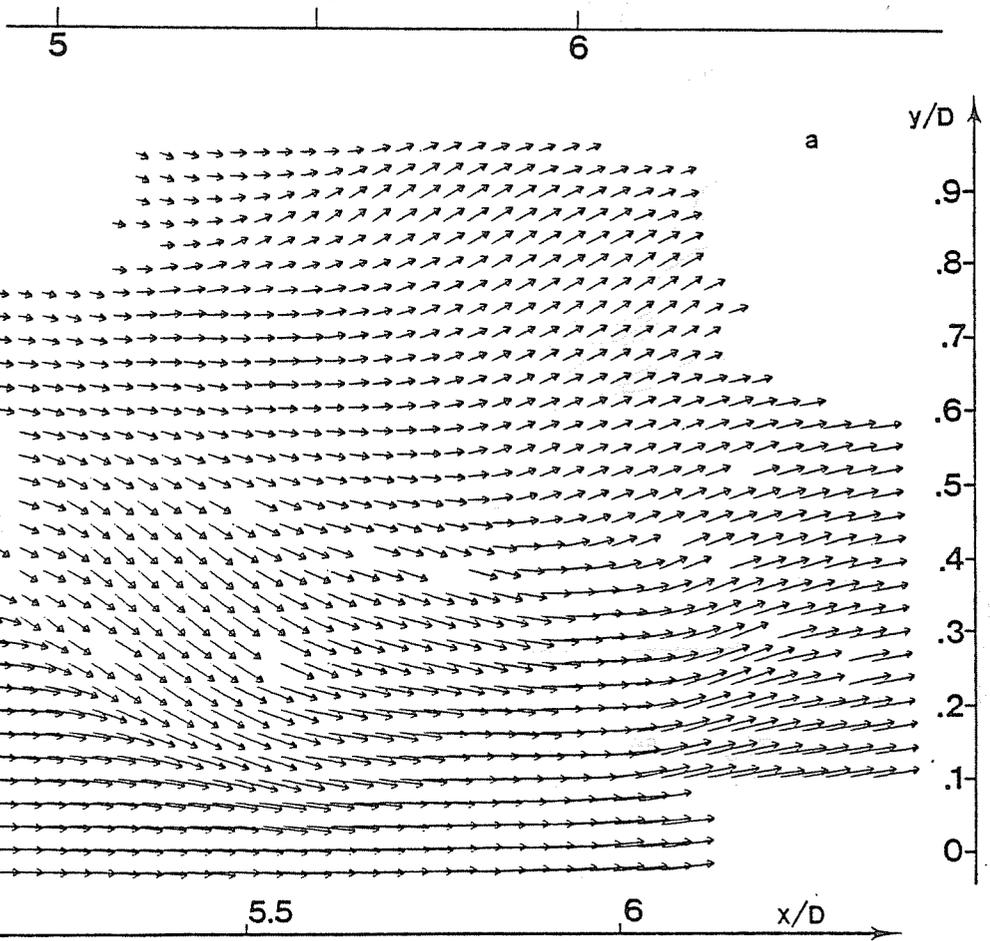


Fig. VI.58a Champ de vitesse, $U_c = 0$.

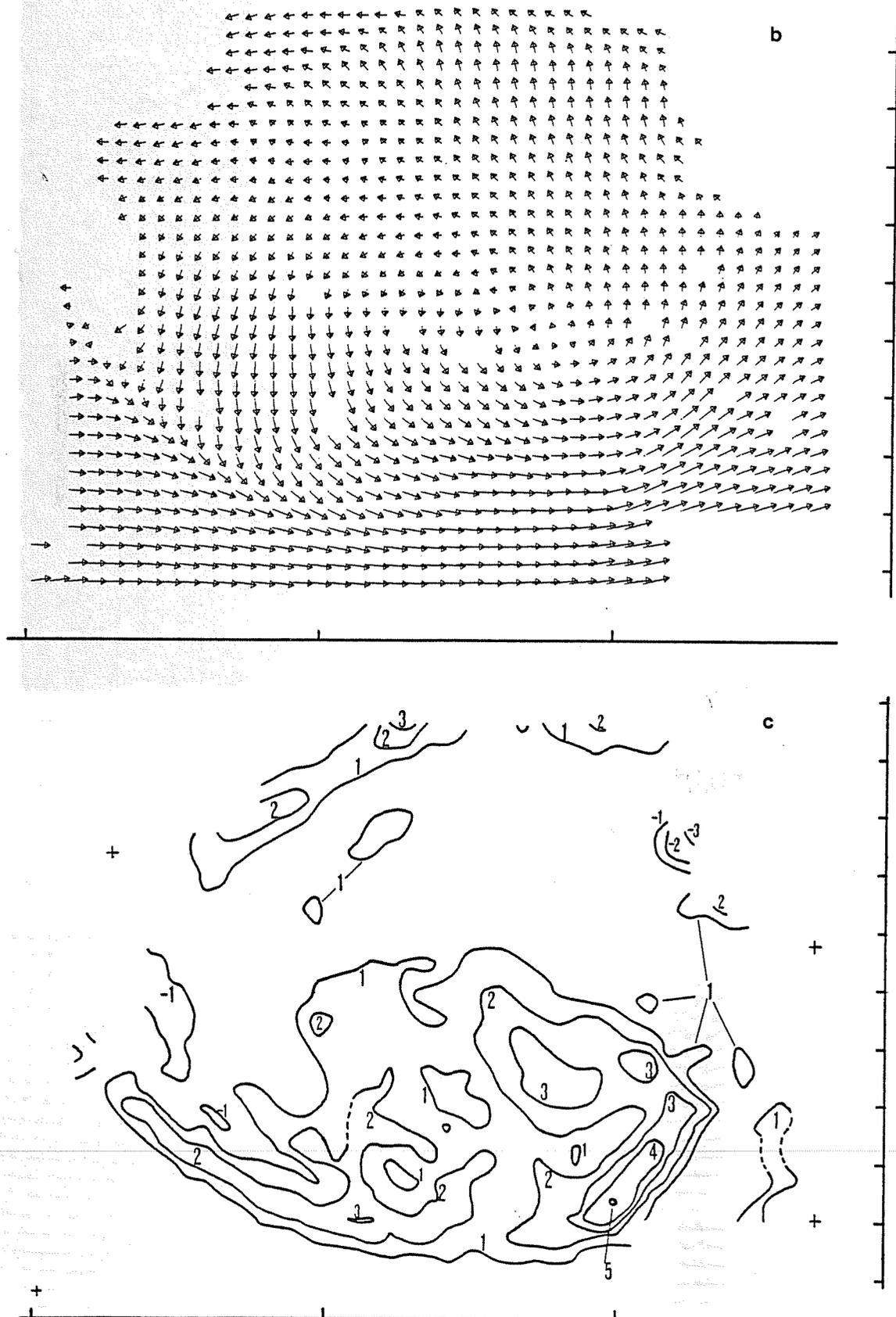


Fig.VI.58. Champ de vitesse et lignes d' égal tourbillon de la structure à grande échelle de la fig.VI.57.

a: vitesse, $U_c = 0$; b: vitesse, $U_c = 0.5 U_e$;

c: tourbillon, $\Delta(\Omega/f_p) = 1.77$



Fig.VI.59. Structure à grande échelle détectée à $x/D = 6$.

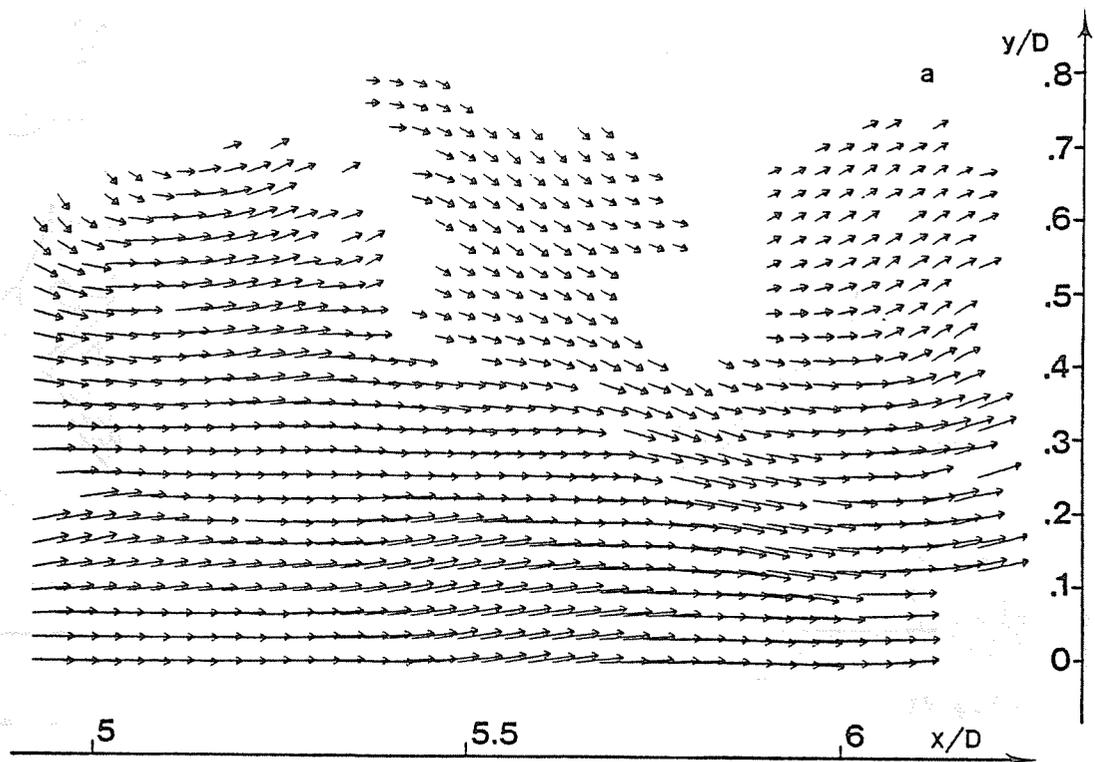


Fig.VI.60a. Champ de vitesse (écoulement de la fig.VI.59), $U_c = 0$.

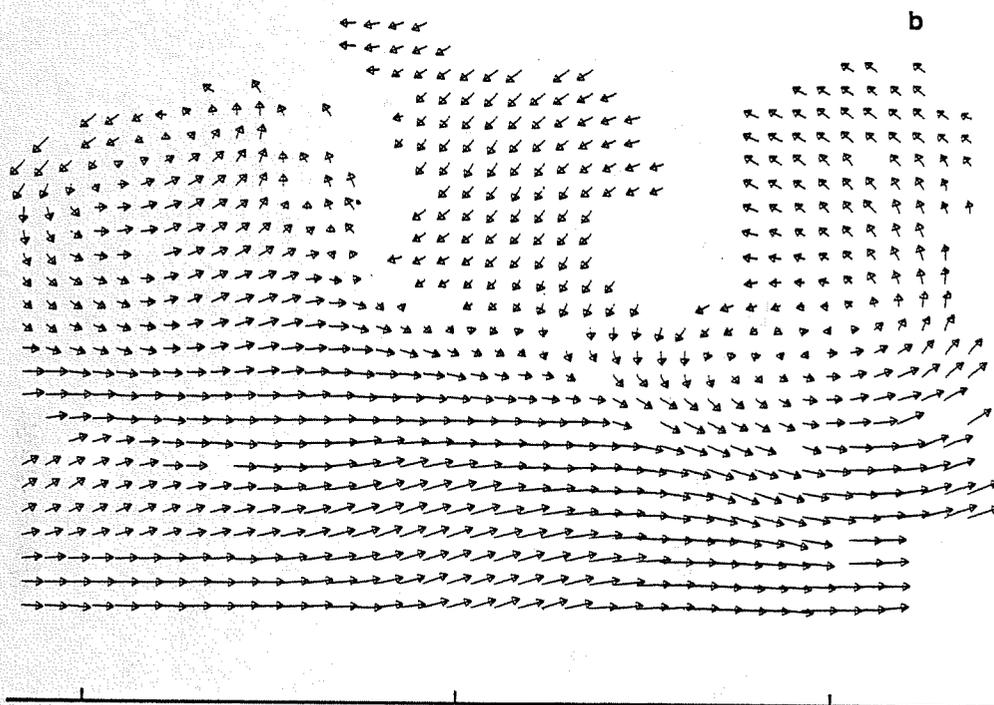


Fig.VI.60. Champ de vitesse et lignes d' égal tourbillon de la structure à grande échelle de la fig.VI.59.

a: vitesse, $U_c = 0$; b: vitesse, $U_c = 0.5 U_e$;

c: tourbillon, $\Delta(\Omega/f_p) = 2.19$.



Fig.VI.61. Structure à grande échelle détectée à $x/D=6$.

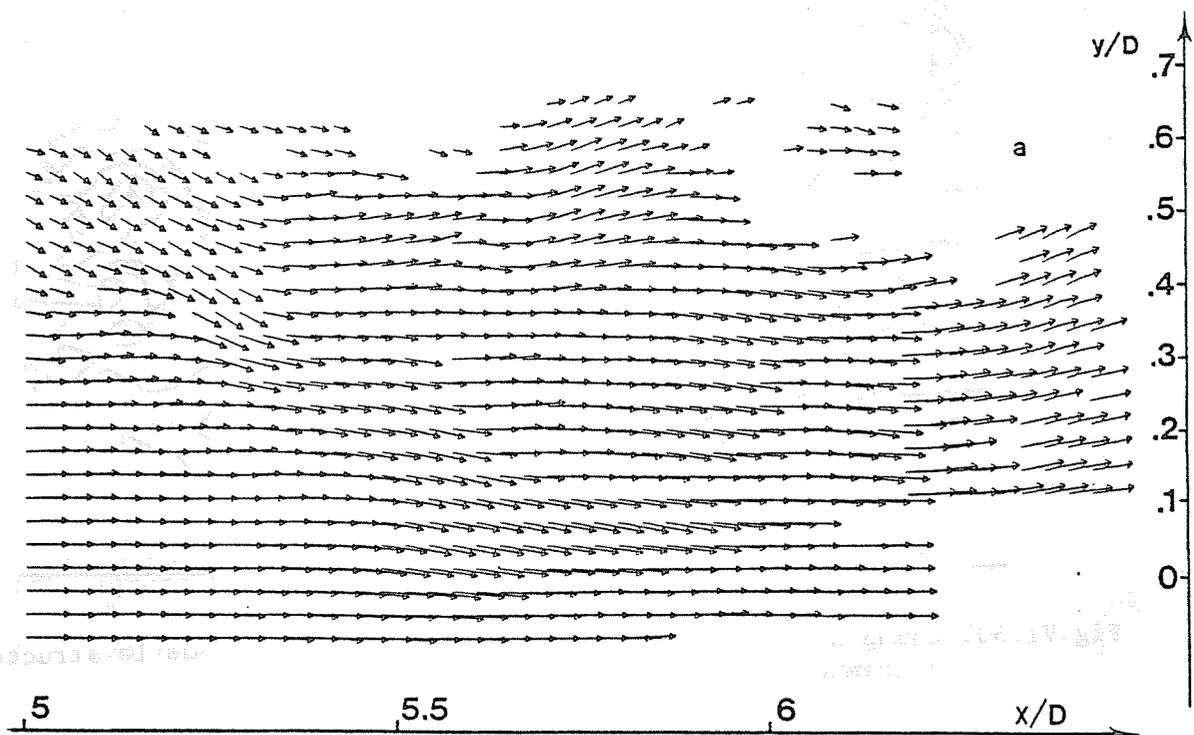


Fig.VI.62a Champ de vitesse (écoulement de la fig.VI.61), $U_c = 0$.

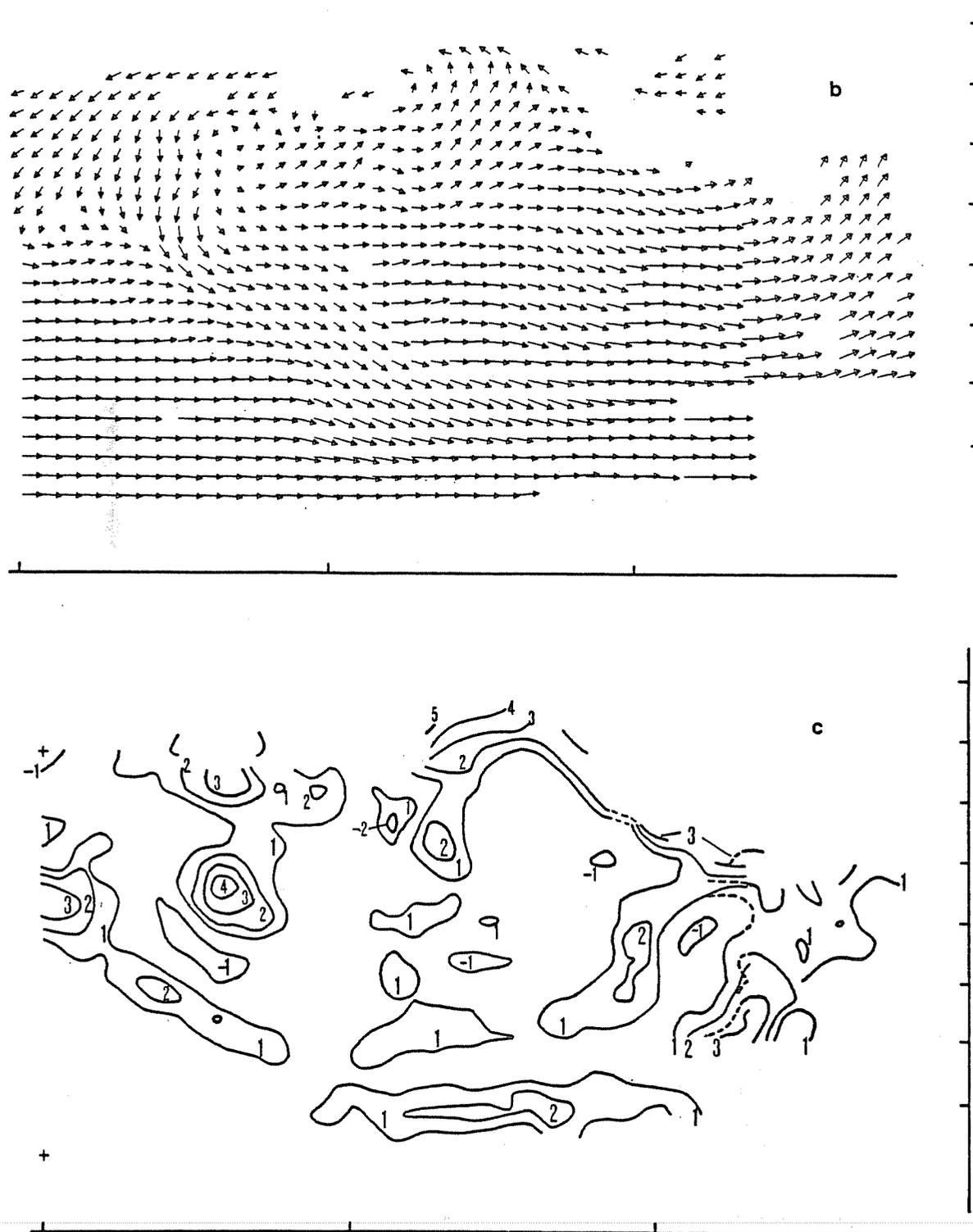


Fig.VI.62. Champ de vitesse et lignes d' égal tourbillon de la structure à grande échelle de la fig.VI.61. Deux séries indépendantes de mesures ont été nécessaires pour tracer ces champs. Des lignes interrompues effectuent le "raccordement" en c). Ce raccordement non parfait ne fait que refléter l' imprécision de l' estimation du tourbillon.

a: vitesse, $U_c = 0$; b: vitesse, $U_c = 0.5 U_e$.
 c: tourbillon, $\Delta(\Omega/f_p) = 2.19$.

CONCLUSION GENERALE

L'acquis de ce travail peut se résumer de la manière suivante:

- Les techniques de photographie de speckle utilisées en mécanique des solides ont pu être adaptées avec succès à la vélocimétrie en dynamique des fluides. Les principaux avantages de cette technique sont:
 - la simplicité du montage de prise de vue pour obtenir une information bidimensionnelle (projection de la vitesse dans le plan éclairé)
 - la possibilité de transformer le problème assez ardu de l'identification des images des particules traçantes en un problème beaucoup plus simple d'analyse de franges rectilignes.
- Des méthodes spécifiques de traitement semi- ou entièrement automatique ont été imaginées et un montage d'analyse basé sur un système d'analyse numérique d'image a été mis au point.
- On a pu vérifier la bonne précision des techniques d'analyse. Cette vérification s'est faite directement par analyse statistique d'un champ de déplacement uniforme. On a pu ainsi déterminer que le déplacement des images des particules peut être mesuré avec une précision moyenne de quelques microns. Un autre test, indirect cette fois, a consisté à estimer une composante du vecteur tourbillon d'un écoulement irrotationnel et à vérifier que cette valeur est bien nulle (dans des limites compatibles avec l'incertitude citée plus haut).
- Au moyen de cet outil, une étude de la transition vers la turbulence dans un jet à faible nombre de Reynolds a pu être effectuée. Les mesures, qui sont les premières du genre, ont pu montrer l'évolution de la distribution de la composante perpendiculaire au plan éclairé du tourbillon au cours de la formation et de l'interaction des rouleaux axisymétriques nés près de l'embouchure ainsi qu'au cours de leur transformation en structure turbulente à grande échelle. En particulier, on a pu démontrer que celles-ci comportent des zones de tourbillon important, une sorte de "sous-structure" redevable aux rouleaux initiaux, qu'une expérience "conventionnelle" n'aurait pas pu révéler.
- Cette expérience a aussi permis d'obtenir une idée des limitations de la technique expérimentale. Celle-ci s'applique manifestement avec

difficulté aux écoulements fortement tridimensionnels et présentant des variations importantes de vitesse sur des échelles de longueur faibles (≈ 1 mm). Par exemple, les écoulements comportant une forte intensité turbulente à fine échelle pourraient difficilement être traités par cette technique. Néanmoins, les limitations précises de la méthode sont encore à déterminer.

Même si on est "limité" à l'étude de phénomènes pré-turbulents et transitionnels où les échelles de longueur restent encore relativement grandes, le nombre d'écoulements dont le champ de vitesse peut être abordé par la vélocimétrie de speckle est quasiment illimité. Pour s'en rendre compte, il suffit de s'imaginer le temps que peut prendre la mesure d'un champ de vitesse stationnaire au moyen d'un vélocimètre ponctuel lorsque le nombre de points de mesure est grand et que l'échantillonnage spatial doit se faire par balayage mécanique. La vélocimétrie de speckle, par sa capacité à traiter l'information a posteriori, offre là des possibilités qui peuvent éventuellement se révéler d'intérêt général.

Comme souligné au VI.4, les conclusions physiques de l'expérience menée dans ce travail ne sont pas directement transposables à plus haut nombre de Reynolds. La réalisation du même type d'expérience à plus grand Re offrirait l'occasion d'aborder un problème crucial pour l'étude de la transition dans un jet et d'examiner l'existence et le rôle des structures à grande échelle à haut nombre de Reynolds. En même temps, les limitations de la technique pourraient sans aucun doute être établies de manière précise.

ANNEXE I. PROPAGATION D' UN FAISCEAU GAUSSIEN A TRAVERS UNE LENTILLE

Dès les premiers temps de l' utilisation du laser, on s' est aperçu qu' envoyer un faisceau gaussien sur une lentille pouvait amener des résultats très paradoxaux.^{102,103,104}

La position du beam waist d' un faisceau gaussien après passage à travers une lentille mince peut fortement différer de la position de l' image géométrique du beam waist "objet" (Fig.A1). En effet, l' image au sens géométrique est une image en *intensité*, alors que chercher le point de focalisation d' un faisceau revient à chercher l' endroit où le front d' onde est plan. C' est là un tout autre problème.

Généralement, ce problème est traité en calculant l' amplitude sur la pupille de sortie de la lentille. On trouve alors le point de focalisation en calculant la propagation de cette amplitude. On fera ici le calcul de manière un peu différente. On calculera l' amplitude lumineuse dans le plan image géométrique au moyen de la fonction de transfert "classique" d' une lentille mince et on calculera la propagation de cette amplitude à partir de ce plan.

On sait que la fonction de transfert paraxiale en lumière cohérente d' une lentille mince, dont le rayon est grand par rapport à celui du faisceau au niveau de la lentille, vaut:⁷⁴

$$h(x_i - x_o) = \exp\left(j\frac{k}{2d_i} r_i^2\right) \exp\left(j\frac{k}{2d_o} r_o^2\right) \delta\left(x_o + \frac{x_i}{M}, y_o + \frac{y_i}{M}\right) \quad (1)$$

$$\text{avec } r_i^2 = x_i^2 + y_i^2 ; r_o^2 = x_o^2 + y_o^2 ; \frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_o} = \frac{1}{f} ; M = \frac{d_i}{d_o}$$

où (x_o, y_o) et (x_i, y_i) sont les coordonnées dans les plans objet et image géométrique.

Les deux termes de phase qui précèdent la distribution δ ne doivent pas être négligés. En effet, si l' amplitude dans le plan objet vaut $\exp(-r_o^2/w^2)$, l' amplitude dans le plan image géométrique situé à la distance d_i de la lentille (voir fig.A1) vaudra alors:

$$U(\vec{r}_i) = \exp\left(j\frac{k}{2d_i} r_i^2\right) \cdot \exp\left(j\frac{k}{2d_o} r_o^2\right) \cdot \exp\left(-\frac{r_i^2}{M^2 w_o^2}\right) \quad (2)$$

$$U(\vec{r}_i) = \exp - \frac{r_i^2}{Mw_0^2} \cdot \exp j \frac{k}{2d_i} r_i^2 \left(\frac{1+M}{M} \right) \quad (3)$$

avec $M = d_i/d_0$.

L'équation (3) décrit une onde gaussienne de rayon $w = Mw_0$ et de rayon de courbure $R = \frac{d_i M}{1+M}$. Le beam-waist (où $R = \infty$) n'est donc pas situé dans le plan image au sens géométrique.

Il est facile de calculer la distance à laquelle se trouve le beam-waist. En effet, pour un faisceau gaussien (hyperboloïde de révolution, voir fig.A1)

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{\pi w_1^2}{\lambda z} \right)^2 \right] \quad (4)$$

$$\text{et } [w(z)]^2 = w_1^2 \left[1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_1^2} \right)^2 \right] \quad (5)$$

où w_1 est le rayon dans le plan du beam-waist.

De ces deux relations on tire :

$$z = \frac{w^4 \pi^2 R}{w^4 \pi^2 + \lambda^2 R^2} \quad (6)$$

et

$$w_1^2 = \frac{\lambda^2 w^2 R^2}{w^4 \pi^2 + \lambda^2 R^2} \quad (7)$$

avec

$$\begin{cases} w = Mw_0 \\ R = \frac{d_i M}{1+M} \\ \frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_0} = \frac{1}{f} \\ M = \frac{d_i}{d_0} \end{cases} \quad (8)$$

On en tire après quelques calculs élémentaires (!) :

$$z = \frac{f_F^2 (d_i - f)}{f_F^2 + (d_0 - f)^2} = \frac{f_F^2 f^2}{(d_0 - f) [f_F^2 + (d_0 - f)^2]} \quad (10)$$

$$w_1^2 = \frac{w_0^2 f^2}{f_F^2 + (d_0 - f)^2} \quad \text{avec } f_F = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$$

La distance d de la lentille au beam-waist se déduit alors par la substitution $d = d_i - z$.

L'écart z peut être très grand (pour $d_0 = f$, on a : $z = \infty$) et dépend du rayon initial w_0 .

Notons trois cas particuliers importants:

$$1) \quad d_0 = f \quad \rightarrow \quad z = 0 \text{ et } d = f \\ \rightarrow \quad w_1 = \lambda f / \pi w_0$$

Ce résultat assez curieux à première vue, est en vérité très logique: la transformée de Fourier d'une gaussienne réelle est une autre gaussienne réelle. La transformée de Fourier étant justement l'opération réalisée de foyer à foyer, on comprend aisément que la phase de l'onde sera nulle dans le plan focal arrière.

$$2) \quad f_F^2 \ll (d_0 - f)^2 \quad \rightarrow \quad z/d_i = \frac{f \cdot f_F^2}{(d_0 - f)^2 d_0}$$

et donc, si en plus $f_F^2 \ll (d_0 - f)^2 d_0 / f$ (ce qui, en vertu de l'inégalité précédente, est réalisé pour $d_0 / f \geq 1$), on obtient:

$$z/d_i \ll 1.$$

Ces inégalités nous apprennent que si le faisceau est fortement concentré à l'origine (f_F petit), le beam waist objet va se comporter comme un point source au sens géométrique. Les seules restrictions sont que le beam waist objet ne soit pas situé à proximité immédiate de la lentille ($d_0 / f \ll 1$) ou très près du foyer ($d_0 \approx f$). Notons que ce dernier cas n'est pas très gênant puisque le beam waist du faisceau émergent de la lentille sera situé dans le plan focal arrière et aura une très faible divergence et un très grand rayon (Fig.A2). La position exacte de ce beam waist par rapport à la lentille suivante n'a pas énormément d'importance (voir cas suivant)

$$3) \quad f_F^2 \gg (d_0 - f)^2 \quad \rightarrow \quad z \approx d_i - f \text{ et donc } d = d_i - z \approx f$$

Ce résultat nous apprend qu'un faisceau de faible divergence va se comporter comme une onde plane au sens géométrique et se concentrer dans le plan focal arrière.

Enfin, signalons tout de même un résultat satisfaisant la logique intuitive. A partir d'un faisceau de rayon w_0 fixé (f_F donné, le rayon minimum s'

obtient quand d_0 tend vers l'infini (le beam waist image se situe alors dans le plan focal arrière). Ce résultat s'explique par le fait que c' est pour d_0 tendant vers l'infini que le diamètre du faisceau sur la lentille est le plus grand.

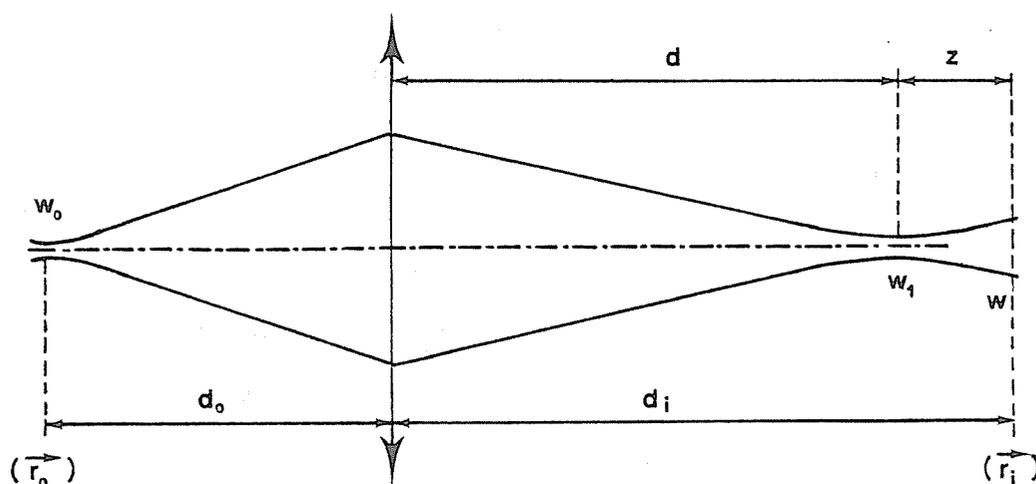


Fig.A1. Propagation d'un faisceau gaussien à travers une lentille: définitions.

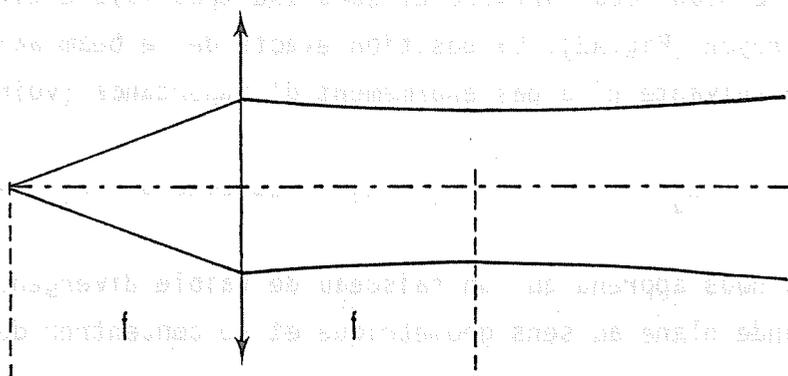


Fig.A2. Propagation foyer-foyer

ANNEXE II REFLETS SUR LES SURFACES D'UNE LENTILLE

Considérons une lentille mince (Figure A3.). Pour la facilité des calculs, on va faire un gros changement dans les conventions classiques de l'optique géométrique. On va introduire un système de coordonnées unique ($z < 0$ à gauche de la lentille, $z > 0$ à droite). De cette manière les deux surfaces sphériques répondront à l'équation (approximation paraxiale !).

$$z - z_0 = \frac{1}{2R} (x^2 + y^2)$$

Pour une lentille biconvexe on a alors $R_1 > 0$ et $R_2 < 0$.

Dans ces conditions (Réf. 4, pp. 158-159), les formules de conjugaison pour une surface sphérique réfractante (Figure A4 a) sont :

$$\frac{n'}{d'} - \frac{n}{d_0} = \frac{n' - n}{R} \quad (1)$$

et pour une surface réfléchissante (Figure A4b)

$$\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d'} = \frac{2}{R} \quad (2)$$

Le calcul se décompose en 5 étapes :

1) Réflexion sur la surface 1

$$\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d'} = \frac{2}{R_1} \quad (3)$$

2) Réfraction sur la surface 1

$$\frac{n}{d''} - \frac{1}{d_0} = \frac{n-1}{R_1} \quad (4)$$

3) Réfraction sur la surface 2

$$\frac{1}{d_i} - \frac{n}{d''} = \frac{1-n}{R_2} \quad (5)$$

En éliminant d'' entre (4) et (5), on trouve

$$\frac{1}{d_i} - \frac{1}{d_0} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{f} \quad (6)$$

ce qui est bien l'équation des lentilles minces (Attention aux conventions de signes).

4) Réflexion sur la surface 2

$$\frac{1}{d^{iii}} + \frac{1}{d^{iv}} = \frac{2}{R_2} \quad (7)$$

5) Réfraction sur la face 1

$$\frac{n}{d^{iii}} - \frac{1}{d^{iv}} = \frac{2}{R_2} \quad (8)$$

En éliminant d^{iii} et d^{iv} de (4), (7), (8) et en y adjoignant (1), on trouve

$$\begin{cases} \frac{1}{d^i} + \frac{1}{d_o} = \frac{2}{R_1} \\ \frac{1}{d^{iv}} + \frac{1}{d_o} = 2\left(\frac{n}{R_2} - \frac{n-1}{R_1}\right) \end{cases} \quad (9)$$

(voir la réf. 108, p.128.).

Ces relations doivent être interprétées de la manière suivante:

la position du beam waist du faisceau incident doit être choisie de manière à ce que les points de focalisation des faisceaux réfléchis soient situés au delà de la lentille ($d_i > 0$) ou bien, si ce n'est pas le cas, très près de la lentille ($-d_i/f < 1$). Dans les deux cas, le faisceau sera très fortement élargi lorsqu'il rencontrera les lentilles précédant celle qui a provoqué l'effet de réflexion et la majeure partie de l'énergie réfléchie échappera ainsi à une éventuelle refocalisation dans le laser.

Examinons quelques cas particuliers ($n=1.5$)

1) Lentille plan-convexe.

a. Face convexe à gauche

$$R_2 = \infty$$

$$\frac{1}{f} = \frac{n-1}{R_1} > 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{d^i} + \frac{1}{d_o} = \frac{4}{f} \\ \frac{1}{d^{iv}} + \frac{1}{d_o} = -\frac{2}{f} \end{cases}$$

Voir figure A5a

Plage de "bon fonctionnement" : $d_o > f/4$
 $d_o < -f$

b. Face courbe à droite

$$R_1 = \infty$$

$$\frac{1}{f} = - \left(\frac{n-1}{R_2} \right) > 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_o} = 0 \\ \frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_o} = -\frac{6}{f} \end{cases}$$

voir figure A5b

Plage de "bon fonctionnement" $d_o < -\frac{f}{3}$

(éclairage divergent).

2) Lentille plan-concave.

a. Face courbe à gauche

Mêmes formules que pour 1a (avec $f < 0$)

Voir figure A5c

Plage de bon fonctionnement $d_o > f$
 $d_o < \frac{f}{4}$

b. Face courbe à droite

Mêmes formules que pour 1b (avec $f > 0$)

Voir figure A5d

Plage de bon fonctionnement : $d_o < 0$

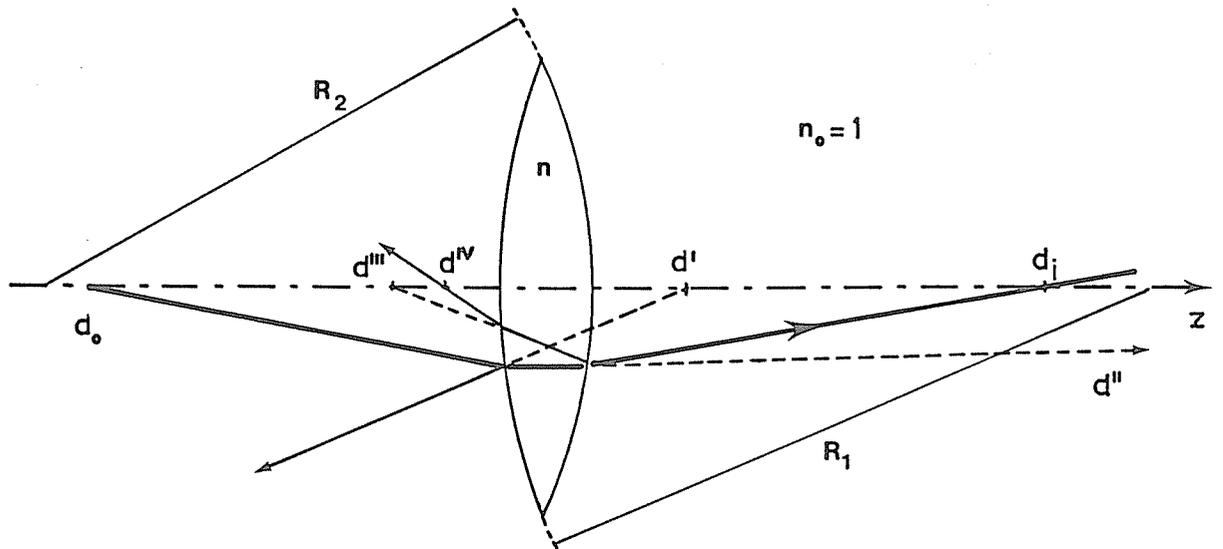


Fig.A3. Reflets : définitions

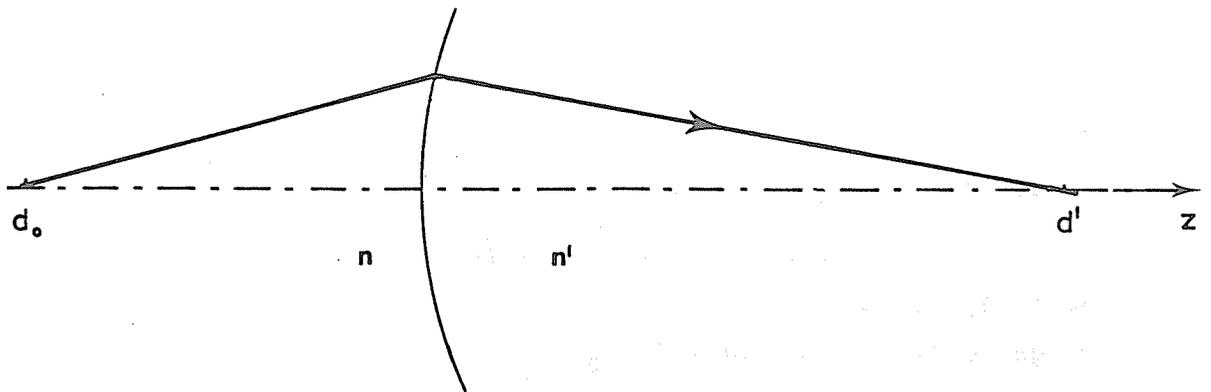


Fig.A4a Réfraction par une surface sphérique.

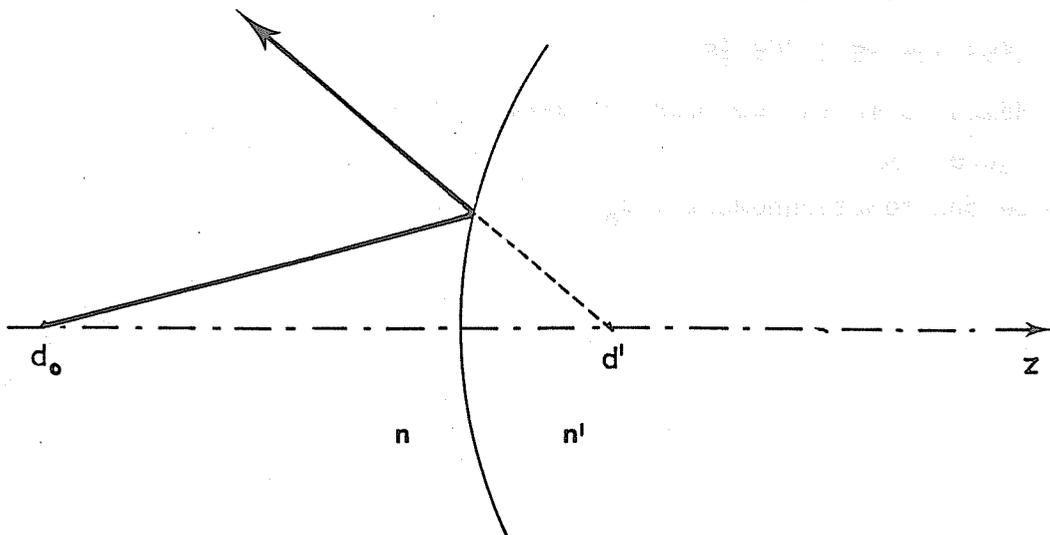


Fig.A4b Réflexion par une surface sphérique.

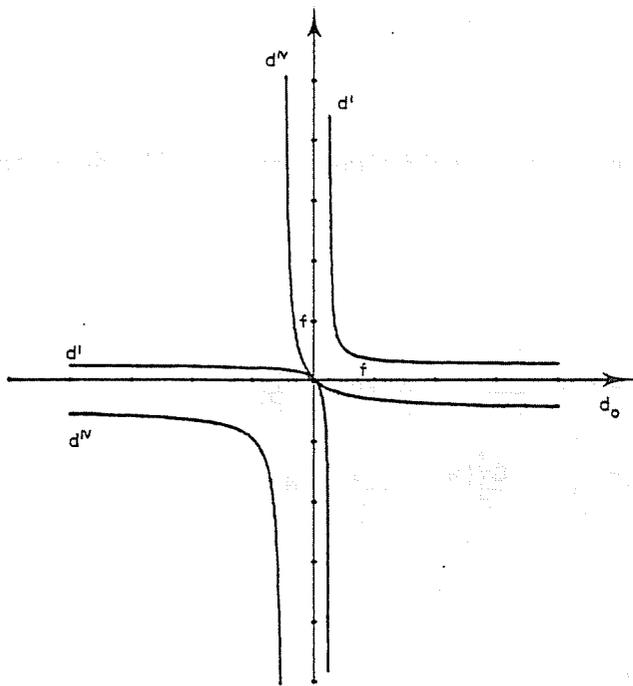


Fig.A 5a

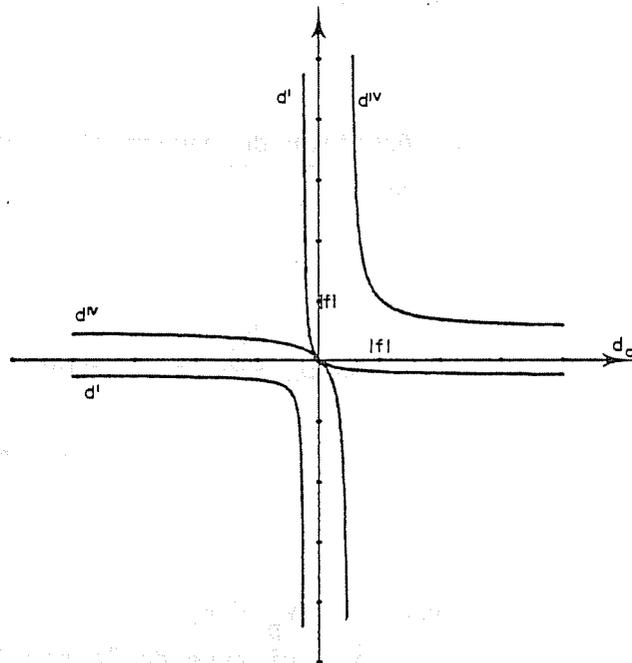


Fig.A 5c

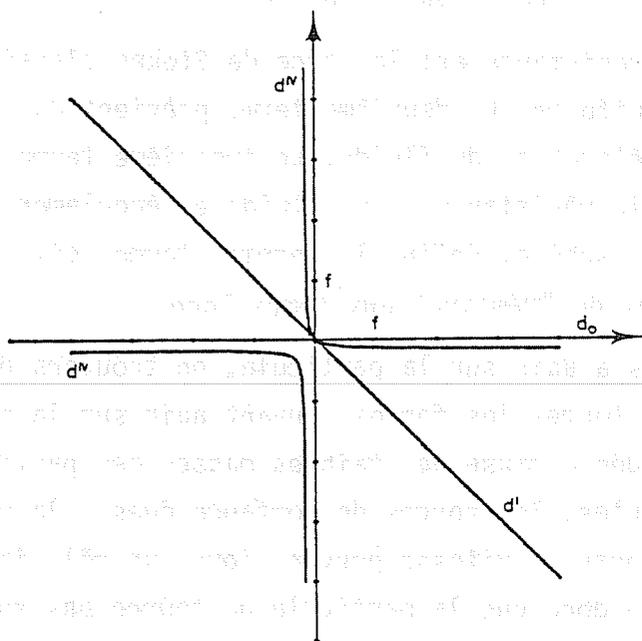


Fig.A 5b

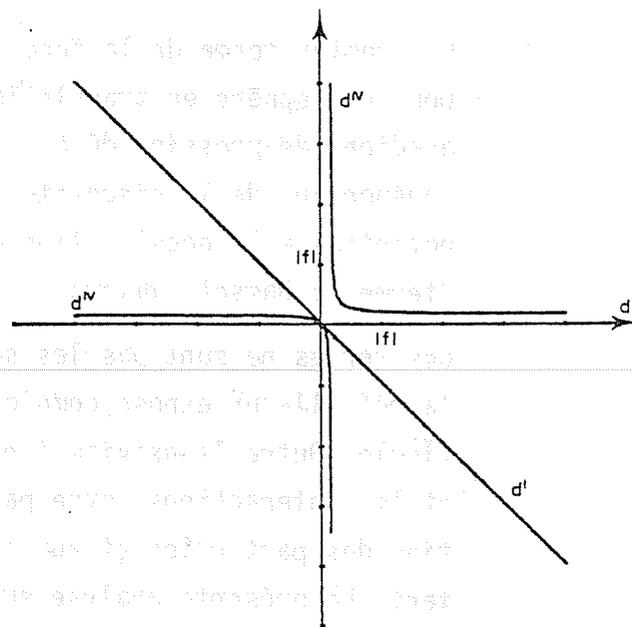


Fig.A 5d

ANNEXE III COMPORTEMENT MECANIQUE DES PARTICULES

L' équation du mouvement d' une particule sphérique dans un fluide visqueux s' écrit ^{112,113}

$$\frac{4}{3} \pi R^3 \rho_p \frac{d\vec{v}_p}{dt} = - 6\pi\mu R\vec{v} + \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_f \frac{d\vec{v}_f}{dt} - \frac{2}{3} \pi R^3 \rho_f \frac{d\vec{v}}{dt} - 6 R^2 \sqrt{\pi\mu\rho_f} \int_{-\infty}^t \frac{d\vec{v}(s)}{ds} \frac{1}{\sqrt{t-s}} ds \quad (1)$$

avec $\vec{v} = \vec{v}_p - \vec{v}_f$
 \vec{v}_p : vitesse de la particule
 \vec{v}_f : vitesse du fluide
 ρ_p, ρ_f : masses volumiques de la particule et du fluide porteur
 R : rayon de la particule
 μ : viscosité dynamique du fluide

Les conditions de validité de l' équation (1) sont assez drastiques:

- particule isolée dans un fluide infini et en mouvement uniforme spatialement
- nombre de Reynolds $Re = 2vR\rho_f/\mu$ plus petit que l' unité

Le premier terme de la force de résistance est la force de Stokes classique pour une sphère en translation uniforme. Le deuxième terme provient du gradient de pression dû à l' accélération du fluide. Le troisième terme, indépendant de la viscosité, est la résistance d' un fluide en écoulement potentiel à l' accélération de la sphère. Enfin, le dernier terme, dit "terme de Basset", décrit l' effet de "mémoire" aux temps longs.

Ces forces ne sont pas les seules à agir sur la particule, on trouvera dans la réf. 114 un exposé complet de toutes les forces pouvant agir sur la particule. Outre la gravité (négligée à cause des faibles masses des particules) et les interactions entre particules, les forces de portance dues à la rotation des particules et aux gradients de vitesse peuvent jouer un rôle important. La présente analyse suppose donc que la particule ne tourne pas sur elle-même et que les dimensions caractéristiques des rouleaux turbulents

dans lesquels se meut la particule sont très grands par rapport au diamètre de la particule (ce qui est réaliste pour des diamètres de quelques microns).

Notons encore que les deuxième, troisième et quatrième termes de l'équation (1) tendent à devenir négligeables pour de grandes valeurs du rapport ρ_p/ρ_f et que, dans ce cas, on peut obtenir une bonne approximation du mouvement en ne considérant que la force de Stokes.

La technique de solution de l'équation (1) fait appel aux transformées de Fourier.^{113,115} On peut réécrire l'éq.(1) sous la forme

$$\frac{d\vec{v}_p}{dt} + a \vec{v}_p = a \vec{v}_f + b \frac{d\vec{v}_f}{dt} - c \int_{-\infty}^{\infty} f(t-s) \frac{d\vec{v}}{ds} ds \quad (2)$$

$$\text{avec } a = \frac{36\mu}{D^2(\rho_f + 2\rho_p)} \quad ; \quad b = \frac{3}{1 + 2\rho_p/\rho_f}$$

$$c = \frac{18}{D(1 + 2\rho_p/\rho_f)} \sqrt{\nu/\pi} \quad ; \quad D = 2R$$

$$\text{et } f(x) = \begin{cases} 1/\sqrt{x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

On va rechercher la réponse harmonique de la particule en introduisant la transformée de Fourier:

$$\vec{V}_f(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{v}_f(t) e^{j2\pi ut} dt \quad (3)$$

Notons que l'on exprime ainsi que le fluide subit un mouvement uniforme qui peut être décomposé suivant (3). La transformée de Fourier de $f(x)$ vaut:

$$F(u) = \int_0^{\infty} t^{-1/2} e^{j2\pi ut} dt = \frac{u^{-1/2}}{2} (1+j) = \sqrt{\frac{\pi}{2\omega}} (1+j) \quad (4)$$

avec $\omega = 2\pi u$. En transformant (1) et en tenant compte de (4), on obtient

$$-j\omega \vec{V}_p + a \vec{V}_p = a \vec{V}_f - j\omega b \vec{V}_f - j\omega c (1+j) \sqrt{\frac{\pi}{2\omega}} (\vec{V}_f - \vec{V}_p) \quad (5)$$

ou encore

$$\frac{V_p}{V_f} = \left[1 + \frac{\omega(b-1)(\omega + c\sqrt{\pi\omega/2})}{A} \right] + j \left[\frac{\omega(1-b)(a + c\sqrt{\pi\omega/2})}{A} \right] \quad (6)$$

$$\text{avec } A = (a + c\sqrt{\pi\omega/2})^2 + (\omega + c\sqrt{\pi\omega/2})^2 \quad (7)$$

On se convaincra aisément que l'expression (6) ne dépend de ω et D que par l'intermédiaire de l'expression ωD^2 . On trouvera dans le tableau ci-dessous les fréquences, amplitudes V_p/V_f et déphasages θ en fonction du diamètre de gouttes d'eau ou d'huile se mouvant dans de l'air à 20°C.

$$\nu = 1.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{sec}$$

$$\rho_p / \rho_f \approx 1000/1.23 = 815$$

D [μm]	ω [Hz]	V_p/V_f	θ [$^\circ$]
0.5	26880	0.990	7.1
	65400	0.950	16.6
1	6720	0.990	7.1
	16350	0.950	16.6
2	1680	0.990	7.1
	4088	0.950	16.6
3	747	0.990	7.1
	1817	0.950	16.6
5	269	0.990	7.1
	654	0.950	16.6

Un spectre de turbulence comportant usuellement très peu de composantes au-dessus de 10 kHz, on voit que des particules de taille inférieure ou égale à un micromètre suivront fidèlement les mouvements du fluide.

Pour le cas où un liquide doit êtreensemencé, par exemple avec des sphères de latex ($\rho_p = 1.05 \text{ kg/m}^3$), la proximité des masses volumiques des particules et du fluide assure une fidélité quasi parfaite.

Il est important de noter que le calcul exposé plus haut ne peut fournir qu'

un ordre de grandeur de la vitesse relative entre la particule et l'écoulement. En effet, s'il est parfaitement licite de décomposer la vitesse locale suivant (3), il faut se rappeler que c'est plutôt le comportement de la vitesse "lagrangienne" réellement "vue" par la particule au cours de son mouvement qui devrait être introduite dans (1). Ce comportement peut être très différent de celui de la vitesse "eulérienne" locale, mais la borne supérieure des fréquences rencontrées par la particule diffère sans doute très peu.

ANNEXE IV PRESSION DE RADIATION

Considérons une particule sphérique illuminée par une tranche lumineuse de profil gaussien. Comme les photons diffusés par la particule subissent un changement de direction, il y a transfert d'impulsion vers la particule qui subit une force, appelée "pression de radiation". L'importance de ce transfert d'impulsion dépend de l'asymétrie de la section efficace angulaire de diffusion. Pour la diffusion Rayleigh, l'impulsion du rayonnement diffusé est nulle (Fig.III.12d) et toute l'impulsion soustraite au rayonnement incident va être communiquée à la particule. Par contre, pour des particules de grande dimension par rapport à la longueur d'onde, la diffusion se fait principalement vers l'avant et le transfert sera moins efficace. Si $\sigma(\Omega)$ est la section efficace de diffusion dans l'angle solide compris entre Ω et $\Omega+d\Omega$ et si θ est l'angle entre la direction de diffusion et la direction incidente, la fraction de l'impulsion réémise dans la direction du rayonnement incident vaut¹¹⁰ le facteur d'asymétrie $\overline{\cos \theta}$ donné par:

$$\overline{\cos \theta} = \int_{4\pi} (\sigma(\Omega)/\sigma) \cos \theta \, d\Omega$$

où σ est la section efficace totale ($\sigma = \int_{4\pi} \sigma(\Omega) \, d\Omega$)

Si la densité d'énergie du faisceau incident vaut I_0 , l'impulsion communiquée à la particule vaudra:

$$P_t = \frac{I_0}{c} \sigma (1 - \overline{\cos \theta}) \quad (1)$$

On examinera de plus près deux cas particuliers en adoptant les valeurs asymptotiques des particules de grande dimension. Dans ce cas $\sigma = 2\pi R^2$ et les facteurs d'asymétrie sont donnés par¹¹⁰:

- particules d'huile dans l'air (rapport des indices de réfraction $m \approx 1.5$)
 $\overline{\cos \theta} \approx 0.83$
- particules de latex dans l'eau ($m \approx 1.58/1.33 = 1.19$) $\rightarrow \overline{\cos \theta} \approx 0.93$

On considérera que les particules se trouvent initialement sur l'axe du faisceau où la densité d'énergie et donc le recul seront les plus importants. En plus, cette supposition permet de négliger la poussée transversale due au profil non uniforme du faisceau.¹¹⁶⁻¹¹⁸ L'équation décrivant l'écart de vitesse s'écrit, dans les mêmes conditions qu'à l'annexe III, pour un écoulement uniforme et stationnaire:

$$\frac{4}{3}\pi R^3 \rho_p \frac{d\vec{v}}{dt} = -6\pi\mu Rv - \frac{2}{3}\pi R^3 \rho_t \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (2)$$

$$- 6R^2 \sqrt{\pi\mu\rho_f} \int_{-\infty}^t \frac{d\vec{v}}{ds} \frac{ds}{\sqrt{t-s}} + \vec{F} + \vec{F}_{\text{ext}}$$

où \vec{F} est la force de radiation et \vec{F}_{ext} la force extérieure (gravité, par exemple)

$\vec{F} = \vec{P}_t \delta(t)$ dans le cas d'un éclaircissement impulsionnel (laser à rubis)

$\vec{F} = \vec{P}_t U(t)$ où $U(t)$ est la fonction de Heaviside dans le cas d'un éclaircissement continu débutant en $t=0$.
Dans ce cas, \vec{P}_t est l'impulsion transmise par unité de temps.

A titre d'illustration, on peut calculer la puissance que doit avoir un laser pour faire "l'éviter" une goutte d'huile de $5 \mu\text{m}$ de diamètre. Si ce faisceau est focalisé avec un rayon de $50 \mu\text{m}$, la densité de puissance sur l'axe sera

$$I_0 = \frac{2 We}{\pi w_0^2} \quad (3)$$

où We est la puissance totale du laser.

L'impulsion soustraite par unité de temps sera alors

$$\vec{P}_t = 2. (1 - \overline{\cos\theta}) \frac{2We}{\pi w_0^2} \frac{\pi R^2}{c} = 5.67 \cdot 10^{-12} We \quad (\text{en unités MKSA})$$

Cette force (impulsion/temps) doit être équilibrée par la gravité (en régime)

$$\vec{P}_t = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_p g = 6.42 \cdot 10^{-13} [\text{N}]$$

donc $We = 113 \text{ mW}$

ce qui est à la portée de toutes les bourses!

L' équation (2) peut se résoudre par des techniques proches de celles utilisées dans l' annexe III¹¹⁹.

Nous traiterons le cas de l' éclaircissement impulsionnel en supposant $\vec{v} = 0$ pour $t < 0$. L' équation (2) peut se réécrire sous la forme:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{\alpha}{\tau} \vec{v} - 3 \frac{\sqrt{\alpha(1-\alpha)}}{\sqrt{\pi\tau}} \int_{-\infty}^t \frac{dv}{ds} \frac{ds}{\sqrt{t-s}} + \frac{\alpha}{m_p} P_t \delta(t) \quad (4)$$

$$\text{avec } \alpha = \frac{\rho_p}{\rho_p + \rho_f/2} \quad ; \quad m_p = \frac{4}{3} \pi \rho_p R^3$$

$$\tau = \frac{m_p}{6\pi\mu R} = \frac{2\rho_p R^2}{9\mu}$$

Le temps caractéristique τ est le temps de relaxation classique issu de la loi de Stokes. On peut introduire le temps réduit $\xi = t/\tau$ et obtenir

$$\frac{d\vec{v}}{d\xi} = -\alpha \vec{v} - 3 \frac{\sqrt{\alpha(1-\alpha)}}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\xi} \frac{1}{\sqrt{\xi-\theta}} \frac{d\vec{v}}{d\theta} d\theta + \frac{\alpha P_t}{m_p} \delta(\xi) \quad (5)$$

On en déduit que la loi du mouvement ne dépend du rayon et de la viscosité du fluide que par l' intermédiaire du temps caractéristique τ .

Puisque $\vec{v}=0$ pour $t<0$, la borne inférieure de l' intégrale contenue dans (5) devient zéro et on peut appliquer une transformation de Laplace à l' équation. On obtient

$$pV(p) = -\alpha V(p) - \frac{\beta}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{\pi}}{p} pV(p) + \frac{\alpha P_t}{m_p}$$

$$V(p) = \frac{\alpha P_t / m_p}{p + \beta p^{1/2} + \alpha} \quad (6)$$

L' inversion de (6) ne pose pas de problèmes si on multiplie haut et bas par

une expression du type $(p^{3/2} + cp + dp^{1/2} + e)$ de manière à ce que le dénominateur prenne la forme $p^{1/2}[(p-a)^2 + b^2]$.

On obtient

$$\frac{mV(p)}{P_t \alpha} = \frac{p^{3/2} - \beta p + \alpha p^{1/2}}{p^{1/2}[(p-a)^2 + b^2]} \quad (7)$$

$$\text{avec } a = -\frac{1}{2}(2\alpha - \beta^2)$$

$$b = \frac{\beta}{2} \sqrt{4\alpha - \beta^2}$$

$$\beta = 3 \sqrt{\alpha(1-\alpha)}$$

ou encore

$$\frac{mV(p)}{\alpha P_t} = \frac{p-a}{(p-a)^2 + b^2} + \frac{\beta^2}{2} \frac{1}{(p-a)^2 + b^2} - \beta \frac{p-a}{p^{1/2}[(p-a)^2 + b^2]} - \frac{\beta a}{p^{1/2}[(p-a)^2 + b^2]} \quad (8)$$

dont la transformée inverse est

$$\frac{mV(\xi)}{\alpha P_t} = e^{a\xi} \left[\cos b\xi + \frac{\beta^2}{2b} \sin b\xi \right] - \frac{\beta}{\sqrt{\pi}} \int_0^\xi \frac{e^{as} \cos bs}{\sqrt{t-s}} ds - \frac{\beta a}{b\sqrt{\pi}} \int_0^\xi \frac{e^{as} \sin bs}{\sqrt{t-s}} ds \quad \xi = t/\tau \quad (9)$$

On calcule facilement que pour $\xi \ll 1$, on a

$$\frac{mV(\xi)}{\alpha P_t} \rightarrow 1 - \frac{\beta}{2\sqrt{\pi}} \xi^{1/2} + O(\xi)$$

Au moment du choc, la particule acquiert donc une vitesse égale à $v(0) = \frac{\alpha P_t}{m}$, ce qui est le résultat que l'on obtiendrait en négligeant le terme de Basset.

Imaginons que la tranche lumineuse ait une épaisseur de $200 \mu\text{m}$ ($w_x = 0.1 \text{ mm}$) et une hauteur de 3 cm ($w_y = 15 \text{ mm}$) et que l'énergie totale délivrée dans une impulsion courte soit de $E = 50 \text{ mJ}$. La densité d'énergie au centre du faisceau vaut

$$E_c = \frac{2 E}{w_x w_y} = 66700 \text{ J/m}^2$$

On peut calculer l'ordre de grandeur de cette vitesse initiale et du temps caractéristique dans deux cas limites:

1) Gouttes d'huile dans l'air ($R = 1.5 \mu\text{m}$; $\mu = 1.8 \cdot 10^{-5} \text{ Kg/msec}$)

$$P_t = \frac{E_c}{c} 2\pi R^2 (1 - \overline{\cos\theta}) = \frac{6.67 \cdot 10^4}{3 \cdot 10^8} 2\pi (1.5 \cdot 10^{-6})^2 0.17$$

$$= 5.34 \cdot 10^{-16} \text{ Jsec/m}$$

$$\alpha = \frac{10^3}{10^3 + 1.23/2} \approx 1 \quad \beta \approx 0.074 \quad a \approx -1$$

$$\tau = \frac{2}{9} \frac{\rho_p R^2}{\mu} = \frac{2}{9} 10^3 \frac{(1.5 \cdot 10^{-6})^2}{1.8 \cdot 10^{-5}} = 2.78 \cdot 10^{-5} \text{ sec}$$

$$v(0) = \frac{\alpha P_t}{m} = \frac{\alpha 3 E_c (1 - \overline{\cos\theta})}{c 2 R \rho_p} = 3.8 \text{ cm/sec}$$

2) Particules de latex dans l'eau

$$R = 3 \mu\text{m} ; \mu = 10^{-3} \text{ Kg/msec à } 20^\circ$$

$$\rho_p = 1.05 \rho_f ; c = 2 \cdot 10^8 \text{ m/sec}$$

$$P_t = 1.3 \cdot 10^{-15} \text{ Jsec / m}$$

$$\alpha = \frac{1.05}{1.05 + 0.5} = 0.677$$

$$\beta = 1.402$$

$$a \approx -0.307$$

$$\tau = 2.1 \cdot 10^{-6} \text{ sec}$$

$$-\frac{\tau}{a} = 6.8 \cdot 10^{-6} \text{ sec}$$

$$v(0) = 7.53 \text{ mm/sec}$$

On peut remarquer que l' hypothèse initiale (nombre de Reynolds plus petit que l' unité) est bien vérifiée avec ces valeurs de la vitesse.

Ces vitesses sont donc faibles dans l' air, mais peuvent paraître néanmoins importantes dans l' eau quand on les compare aux vitesses des écoulements de convection. Cependant, ce qui nous intéresse, c'est la distance parcourue par la particule entre les deux impulsions du laser. On peut calculer le déplacement de la même manière que précédemment en cherchant la transformée inverse de $\chi_p = \frac{V(p)}{p}$, mais il est plus simple de remarquer que les temps de relaxation sont très courts et que, lorsque la deuxième impulsion arrivera, la particule aura atteint son déplacement terminal. Celui-ci peut se calculer par

$$\Delta = \int_0^{\infty} v(t) dt = \tau \int_0^{\infty} v(\xi) d\xi \quad (10)$$

$$= \lim_{p \rightarrow 0} \tau V(p) = \tau P_t / m_p$$

$$= \frac{m_p}{6\pi\mu R} \frac{E_c}{c} 2\pi R^2 \frac{(1-\overline{\cos\theta})}{m_p} \quad \text{et donc} \quad \Delta = \frac{E_c R}{3\mu c} (1-\overline{\cos\theta}) \quad (11)$$

1/ gouttes d' huile: $\Delta = 8.03 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

2/ particules de latex: $\Delta = 2.7 \cdot 10^{-8} \text{ m}$

On voit donc que ces valeurs de déplacement sont tout-à-fait négligeables. Les figures A6a et b montrent, à titre d' illustration, le comportement temporel de $v(t)$ (calculée suivant (9)) dans ces deux cas particuliers.

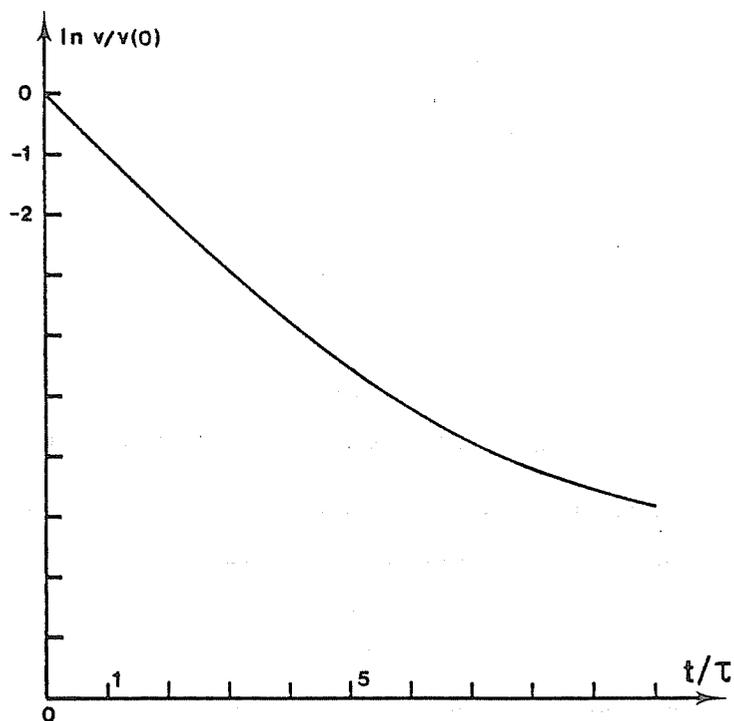


FIG.A6a. Décroissance de la vitesse (gouttes d'huile dans l'air)

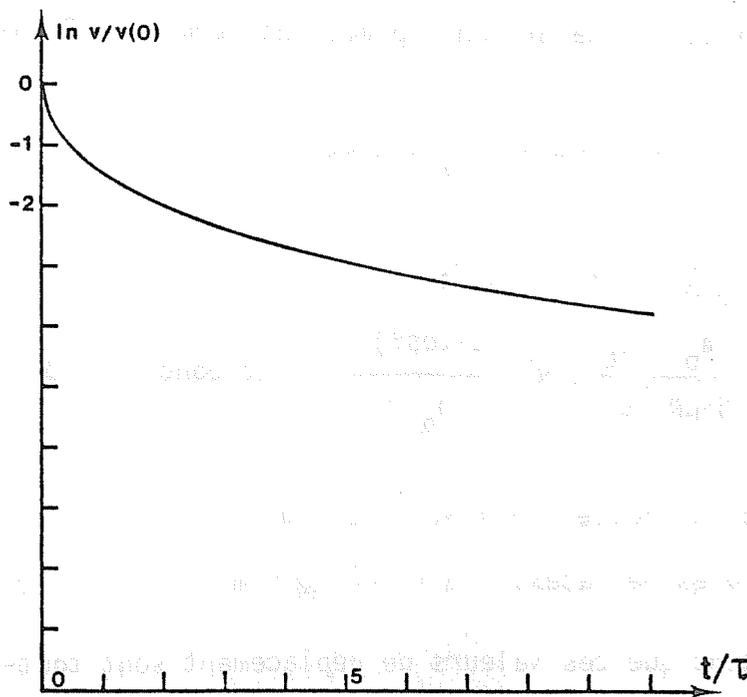


FIG.A6b. Décroissance de la vitesse (sphères de latex dans l'eau).

ANNEXE V : DIFFUSION MULTIPLE

La propagation d' une onde électromagnétique à travers un milieu diffusant tel que l' atmosphère turbulente, l' eau de mer ou un brouillard est un problème qui est fort étudié depuis quelques années. Les applications possibles dans le domaine des communications et les implications militaires ne sont évidemment pas étrangères à cet intérêt soutenu. On trouvera dans^{120, 121} des résumés des différentes techniques utilisées pour traiter ces problèmes.

Citons pour mémoire deux techniques souvent utilisées:

-D'abord, les méthodes du type Monte Carlo où on "lâche" un photon dans un milieu diffusant dont on connaît les propriétés statistiques de diffusion. On "suit" alors les photons de collision en collision et on reconstruit alors, après un grand nombre d' essais, leur répartition dans l' espace¹²².

-La deuxième technique consiste à assimiler l' effet des diffuseurs à celui d' une fluctuation de l' indice de réfraction du milieu. On décrit ainsi la propagation d' une onde électromagnétique par des intégrales de propagation de type de Fresnel en y incluant un terme de phase aléatoire dont on connaît la statistique^{120,121}. Néanmoins, cette technique n'est applicable que pour l' atmosphère turbulente où la dimension des inhomogénéités est très grande par rapport à la longueur d' onde et où les angles cumulés de réfraction restent très faibles. Dans le cas qui nous occupe, c'est-à-dire la propagation à travers un brouillard composé de particules microscopiques, les théories de transport radiatif conviennent mieux¹²¹.

Cette technique, par essence très proche du transport de neutrons ou de particules chargées, introduit une quantité qui a le défaut d' être étrangère aux équations de Maxwell. Cette quantité, l' intensité spécifique de radiation $I(\vec{r}, \vec{\phi})$ décrit l' énergie moyenne au point \vec{r} se propageant dans la direction du vecteur unitaire $\vec{\phi}$. Si on veut voir l' aspect corpusculaire de cette notion, $I(\vec{r}, \vec{\phi})$ peut être identifié au nombre moyen de photons passant par le point \vec{r} et se propageant dans la direction $\vec{\phi}$. La moyenne est ici une moyenne d' ensemble prise sur un grand nombre de réalisations de l' aérosol. Toutes les phases aléatoires liées aux positions des particules diffusantes (et aux variations de phase de l' onde diffusée avec $\vec{\phi}$) sont moyennées statistiquement.

La connection de $I(\vec{r}, \vec{\phi})$ avec les équations de Maxwell ne peut se faire que moyennant des hypothèses statistiques et reste encore un point d'interrogation. On trouvera dans ^{123,125} un essai de liaison et l'exposé des nombreuses hypothèses à faire. Les propriétés de $I(\vec{r}, \vec{\phi})$ seront justifiées ici par des arguments "physiques" qui n'ont pas la prétention d'être rigoureux. On trouvera dans ^{123,124,125,135} des dérivations plus rigoureuses.

1°) De par la définition de $I(\vec{r}, \vec{\phi})$, le vecteur de Poynting moyen (qui est la quantité mesurable physiquement) vaut

$$\vec{S}(\vec{r}) = \int_{4\pi} I(\vec{r}, \vec{\phi}) \vec{\phi} d\Omega \quad (1)$$

où $d\Omega$ est l'élément d'angle solide.

2°) La cohérence spatiale $\Gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \langle \vec{E}(\vec{r}_1) \vec{E}^*(\vec{r}_2) \rangle$ peut être reliée à $I(\vec{r}, \vec{\phi})$. Si on développe $\vec{E}(\vec{r})$ en ondes planes, on a:

$$\vec{E}(\vec{\phi}) = \int \exp ik\vec{\phi}\vec{r} \vec{E}(\vec{r}) d\vec{r}$$

Chaque onde plane $\vec{E}(\vec{\phi})$ se propage dans la direction $\vec{\phi}$. L'énergie moyenne radiée dans la direction $\vec{\phi}$ vaut donc

$$\begin{aligned} J(\vec{\phi}) &= \langle |E(\vec{\phi})|^2 \rangle = \iint \langle \vec{E}(\vec{r}_1) \vec{E}^*(\vec{r}_2) \rangle \exp ik\vec{\phi}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 \\ &= \int d\vec{R} \int \Gamma(\vec{R}, \vec{\rho}) \exp -ik\vec{\phi}\vec{\rho} d\vec{R} d\vec{\rho} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{avec } \vec{R} = \frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{2} \text{ et } \vec{\rho} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

De par la définition de $I(\vec{R}, \vec{\phi})$, on a aussi

$$J(\vec{\phi}) = \int I(\vec{R}, \vec{\phi}) d\vec{R} \quad (3)$$

en comparant (2) et (3), on obtient

$$I(\vec{R}, \vec{\phi}) = \int \Gamma(\vec{R}, \vec{\rho}) \exp -ik\vec{\phi}\vec{\rho} d\vec{\rho} \quad (4)$$

La relation (4) est très importante et nous permet de relier une quantité électromagnétique $\Gamma(\vec{R}, \vec{\rho})$ à l'intensité spécifique de radiation. Notons la relation étroite de ces équations avec la théorie des processus stochastiques non-stationnaires¹³⁶.

3°) Intéressons-nous maintenant à la propagation de $I(\vec{r}, \vec{\phi})$. Si $n(a)da$ est le nombre de particules du brouillard dont le rayon est compris entre a et $a+da$, la section efficace de diffusion $\sigma(\vec{\phi})$ dans la direction $\vec{\phi}$ vaut

$$\sigma(\vec{\phi}) = \frac{1}{n} \int_0^\infty n(a) \sigma(a, \vec{\phi}) da \quad (5)$$

où n est la densité totale de particules et $\sigma(a, \vec{\phi})$ la section efficace angulaire des particules de rayon a .

La section efficace totale de diffusion vaudra alors:

$$\sigma = \int_{4\pi} \sigma(\vec{\phi}) d\Omega \quad (6)$$

L'équation de continuité s'écrit alors (voir théorie du transport des neutrons, par exemple):

$$(\vec{\phi} \cdot \vec{\nabla}) I(\vec{r}, \vec{\phi}) = -\frac{1}{l} I(\vec{r}, \vec{\phi}) + \frac{1}{l} \int q(\vec{\phi}-\vec{\phi}') I(\vec{r}, \vec{\phi}') d\Omega' \quad (7)$$

avec $l = 1/n\sigma$ et $q(\vec{\phi}) = n l \sigma(\vec{\phi}) = \frac{\sigma(\vec{\phi})}{\sigma}$

Notons que cette équation est écrite pour un milieu homogène et que la dépolarisation du rayonnement n'est pas prise en compte. On trouvera un modèle général dans¹²⁴.

On fera par la suite l'approximation des petits angles¹²⁶, en supposant que l'onde incidente est un faisceau quasi parallèle se propageant dans la direction z (figure A7) et que le trajet est suffisamment court pour que l'angle entre $\vec{\phi}$ et $\vec{1}_z$ reste petit. En plus, on suppose que les particules sont suffisamment grandes pour que $p(\vec{\phi})$ soit négligeable au delà de quelques degrés. Cette hypothèse est évidemment discutable dans le cas de particules de un à deux microns de diamètre, mais les calculs qui vont suivre ne nous en fourniront pas moins des ordres de grandeurs nous permettant de répondre à la question fondamentale: quand la multiple diffusion est-elle négligeable?

Introduisant les vecteurs à deux composantes $\vec{\phi}(\phi_x, \phi_y)$ et $\vec{r}(x, y)$ (figure A7), l'équation (7) se réécrit:

$$\vec{\phi} \frac{\partial I}{\partial \vec{r}} + \frac{\partial I}{\partial z} + \frac{I}{l} = \frac{1}{l} \int_{-\infty}^{+\infty} q(\vec{\phi} - \vec{\phi}') I(\vec{r}, \vec{\phi}', z) d\vec{\phi}' \quad (8)$$

Notons les bornes d'intégrations qui sont étendues à l'infini.

La solution de (8) peut se trouver par des techniques de transformation de Fourier¹²⁶⁻¹²⁸

$$\tilde{I}(\vec{\xi}, \vec{\phi}, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} I(\vec{r}, \vec{\phi}, z) \exp i2\pi(\vec{\xi}\vec{r} + \vec{\phi}\vec{\phi}) d\vec{\phi}d\vec{r} \quad (9)$$

$$\tilde{q}(\vec{\phi}) = \int_{-\infty}^{+\infty} q(\vec{\phi}) \exp i2\pi\vec{\phi}\vec{\phi} d\vec{\phi}$$

On obtient

$$-\vec{\xi} \frac{\partial \tilde{I}}{\partial \vec{\phi}} + \frac{\partial \tilde{I}}{\partial z} + \frac{1}{l} (1 - \tilde{q}(\vec{\phi})) \tilde{I}(\vec{\xi}, \vec{\phi}, z) = 0 \quad (10)$$

On vérifie aisément (!) que la solution de cette équation pour la condition initiale

$$I(\vec{r}, \vec{\phi}, 0) = I_0(\vec{r}, \vec{\phi})$$

s'écrit

$$\begin{aligned} \tilde{I}(\vec{\xi}, \vec{\phi}, z) &= \tilde{I}_0(\vec{\xi}, \vec{\phi} + z\vec{\xi}) \exp -\frac{1}{l} \int_0^z (1 - \tilde{q}(\vec{\phi} + (z-z')\vec{\xi})) dz' \\ &= \tilde{I}_0(\vec{\xi}, \vec{\phi} + z\vec{\xi}) \exp -z/l \exp \Omega(z) \end{aligned} \quad (11)$$

Notons que $\tilde{I}_0(\vec{\xi}, \vec{\phi} + z\vec{\xi})$ est la solution de (10) en l'absence de diffusion ($l = \infty$) et représente la propagation rectiligne d'un ensemble de "rayons" issus du point $(\vec{r}, z=0)$ et émis dans la direction $\vec{\phi}$.

En développant $\exp \Omega(z)$ en série et effectuant la transformée de Fourier inverse terme par terme, on trouve une série qui a une signification physique simple: le terme d'ordre zéro correspond à la partie du faisceau incident

n' ayant pas subi de collisions, le terme du premier ordre aux photons ayant subi une collision, et ainsi de suite ¹²⁹⁻¹³². On peut ainsi estimer l'importance du nombre de diffusions dans la description de l'intensité lumineuse en un point. Il est à remarquer que le calcul de (11) demande une estimation de $q(\vec{\phi})$ d'après (5). A cause du moyennage sur les rayons des particules, $p(\vec{\phi})$ est une courbe monotone dont on approxime généralement l'important lobe vers l'avant par une gaussienne du type $\exp -\alpha\phi^2$.

Avec ce modèle, il est possible de simuler le premier problème qui se pose: un faisceau de profil gaussien utilisé pour l'illumination de traceurs va se disperser spatialement. Jusqu'à quelle profondeur peut-on aller pour que le profil ne s'écarte pas trop de la gaussienne originale? La figure A8 issue de ¹³¹ montre un exemple type de calcul où l'intensité lumineuse $N(\vec{r}) = \int I(\vec{r}, \vec{\phi}) d\vec{\phi}$ est portée en fonction de la distance transverse. On y remarque l'élargissement du faisceau qui est encore très acceptable pour $\frac{z}{l} = 0.2$. De la même manière, la figure A9 montre l'intensité mesurée sur l'axe en fonction de z/l . Les contributions des diffusions d'ordre croissant y sont représentées. On trouvera des résultats expérimentaux montrant la validité des théories de transport dans ¹³³.

Le deuxième problème qui se pose peut aussi être traité par la théorie du transport radiatif. Si une particule est illuminée par le faisceau incident et diffuse de la lumière à 90° , quelle perturbation va subir l'onde sphérique lors de son trajet dans l'aérosol séparant la zone éclairée de l'objectif photographique?

Pour ce calcul, il faut rechercher la cohérence spatiale à la sortie du brouillard en faisant appel à l'équation (4) ¹³³⁻¹³⁴.

Soit une source ponctuelle

$$I_0(\vec{r}, \vec{\phi}) = \delta(\vec{r})$$

ou, dans l'espace de Fourier, d'après (9) (12)

$$\tilde{I}_0(\vec{\xi}, \vec{\phi}) = \delta(\vec{\phi})$$

donc, avec (11)

$$\tilde{I}(\vec{\xi}, \vec{\phi}, z) = \delta(\vec{\phi} + z\vec{\xi}) \exp -z/l \exp \Omega(z) \quad (13)$$

On a (voir l'éq.4)

$$\Gamma(\vec{R}, \vec{\rho}, z) = \int d^2\vec{\phi} I(\vec{R}, \vec{\phi}, z) \exp ik\vec{\rho}\vec{\phi} \quad (14)$$

et aussi (éq.9)

$$I(\vec{R}, \vec{\phi}, z) = \int \exp -i2\pi\vec{\phi}\vec{\phi} \exp -i2\pi\vec{\xi}\vec{R} \tilde{I}(\vec{R}, \vec{\phi}, z) d\vec{\xi} d\vec{\phi} \quad (15)$$

En combinant (13), (14) et (15), on obtient:

$$\begin{aligned}\Gamma(\vec{R}, \vec{\rho}, z) &= \int \exp -i2\pi \vec{\xi} \vec{R} \tilde{I}(\vec{R}, \frac{\vec{k}\vec{\rho}}{2\pi}, z) d\vec{\xi} \\ &= \int \exp -i2\pi \vec{\xi} \vec{R} \delta(\frac{\vec{k}\vec{\rho}}{2\pi} + z\vec{\xi}) \exp -z/l \exp \frac{1}{l} \int_0^z \tilde{q}(\frac{\vec{k}\vec{\rho}}{2\pi} + (z-z')\vec{\xi}) dz' d\vec{\xi} \\ \Gamma(\vec{R}, \vec{\rho}, z) &= \frac{1}{z^2} \exp i\frac{\vec{k}\vec{R}\vec{\rho}}{z} \exp -z/l \exp \frac{1}{l} \int_0^z \tilde{q}(\frac{\vec{k}\vec{\rho}z'}{2\pi z}) dz' \quad (16)\end{aligned}$$

Le calcul de l'argument de la dernière exponentielle dans (16) se fait en notant que (figure A7)

$$\begin{aligned}\tilde{q}(\vec{\Phi}) &= \int q(\vec{\Phi}) \exp i2\pi \vec{\Phi} \cdot d\vec{\Phi} \\ &= \int_0^\pi \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\mu q(\theta) \exp i2\pi \Phi (\sin\theta \cos\mu) \\ &= 2\pi \int_0^\pi \sin\theta q(\theta) J_0(2\pi \Phi \sin\theta)\end{aligned}$$

(16) devient alors

$$\begin{aligned}\Gamma(\vec{R}, \vec{\rho}, z) &= \frac{\exp i\frac{\vec{k}\vec{R}\vec{\rho}}{z}}{z^2} \exp -z/l \exp \frac{2\pi z}{l} \int_0^\pi \sin\theta q(\theta) d\theta \int_0^1 J_0(\sin\theta k\rho u) du \\ &\text{avec } q(\theta) = \frac{1}{\sigma} \int_0^\infty n(a) \sigma(a, \theta) da = \frac{\sigma(\theta)}{\sigma} \quad (19)\end{aligned}$$

avec $l \rightarrow \infty$ (pas de diffusion), on a

$$\Gamma(\vec{R}, \vec{\rho}, z) = \frac{1}{z^2} \exp i\frac{\vec{k}\vec{R}\vec{\rho}}{z} \quad (20)$$

$$\Gamma(\vec{R}, 0, z) = \langle |E(\vec{R})|^2 \rangle = \frac{1}{z^2}$$

ce qui est bien respectivement la cohérence mutuelle (à l'approximation paraxiale) et l'intensité à une distance z d'une source ponctuelle unitaire.

En présence de diffusion, deux cas particuliers peuvent être étudiés:

1) $\rho=0$

$$\exp \frac{z}{l\sigma} \int_0^\pi 2\pi \sin\theta \sigma(\theta) d\theta = \exp z/l \quad (21)$$

$$\Gamma(\vec{R}, 0, z) = \langle I(R) \rangle = \frac{1}{z^2}$$

ce qui est aisément compréhensible, puisque aucun photon n'est perdu à l'approximation des petits angles.

2) Cherchons maintenant la valeur de $\Gamma(\vec{R}, \vec{\rho}, z)$ pour des valeurs de P de l'ordre de grandeur de la projection P_2 de la pupille d'entrée P_1 sur la face de sortie du milieu diffusant (figure A10). On va démontrer que la dernière exponentielle de (19) est égale à l'unité.

Sauf pour de très petites valeurs de l'angle θ , on a $\rho \gg \lambda/2\pi \sin\theta$ et

$$\begin{aligned} \int_0^1 J_0(k\rho \sin\theta u) du &= \frac{1}{k\rho \sin\theta} \int_0^{k\rho \sin\theta} J_0(x) dx \\ &\approx \frac{1}{k\rho \sin\theta} \int_0^\infty J_0(x) dx = \frac{1}{k\rho \sin\theta} \end{aligned} \quad (22)$$

Pour le petit domaine des faibles valeurs de θ , telles que $\theta \lesssim \frac{1}{k\rho}$, on a $J_0(k\rho \sin\theta) \lesssim 1$

$$\int_0^1 J_0(k\rho \sin\theta u) du \lesssim 1 < \frac{1}{k\rho \sin\theta} \quad (23)$$

On peut résumer les relations (22) et (23) en écrivant

$$\int_0^1 J_0(k\rho \sin\theta u) du \leq \frac{1}{k\rho \sin\theta} \quad (24)$$

L'argument de la deuxième exponentielle de (19) s'écrit alors

$$A = \frac{2\pi z}{l} \int_0^\pi \sin\theta q(\theta) d\theta \int_0^1 J_0(\sin\theta k\rho u) du \leq \frac{2\pi z}{lk\rho} \int_0^\pi q(\theta) d\theta$$

Pour $q(\theta) = \frac{\alpha}{\pi} \exp -\alpha\theta^2$, dont la normalisation a été choisie pour que $2\pi \int_0^\pi \theta q(\theta) d\theta = 1$, on a

$$A \leq \frac{z2\pi}{|k\rho} \int_0^\infty \frac{\alpha}{\pi} \exp -\alpha\theta^2 d\theta = \frac{z\sqrt{\pi\alpha}}{|k\rho|}$$

Pour $|k\rho| \gg z\sqrt{\pi\alpha}$, on a $\exp A = 1$. Pour $z/l \approx 1$, cette condition se réduit à $\rho \gg \frac{\sqrt{\alpha/\pi} \lambda}{2} \approx 8\lambda$ avec $\sqrt{\alpha} = 30 \text{ rad}^{-1}$. La cohérence mutuelle se réduit à

$$\Gamma(\vec{R}, \vec{\rho}, z) = \frac{\exp \frac{ik\vec{R}\vec{\rho}}{z}}{z^2} \exp -z/l \quad (25)$$

On en déduit que pour $z < l$, la cohérence mutuelle sera très peu affectée et l' image d' un point source s' écartera très peu de la tache de diffraction due à l' objectif. Le résultat (21) a une signification physique simple: pour de grandes valeurs de ρ , la cohérence spatiale ne peut provenir que des photons n' ayant subi aucune collision. Or l' onde sphérique non diffusée a vu son intensité atténuée par un facteur $\exp -z/l$. On en déduit (25).

Les deux cas étudiés nous amènent donc à la même conclusion: les effets de multiple diffusion, à l' éclaircissement aussi bien qu' à l' observation, seront négligeables si le trajet des rayons lumineux dans le milieu diffusant est sensiblement plus petit que le libre parcours moyen.

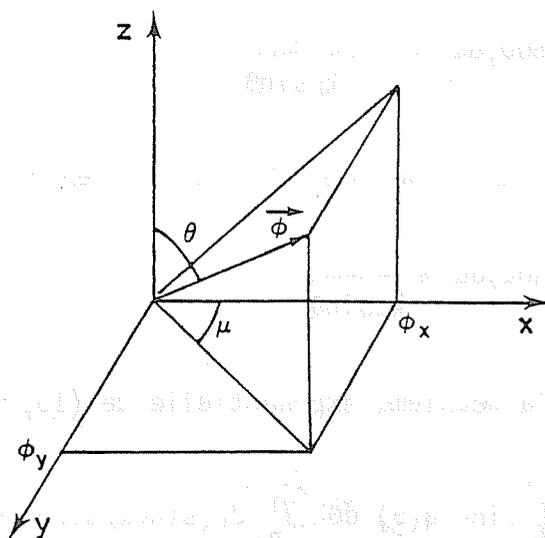


Fig.A7.

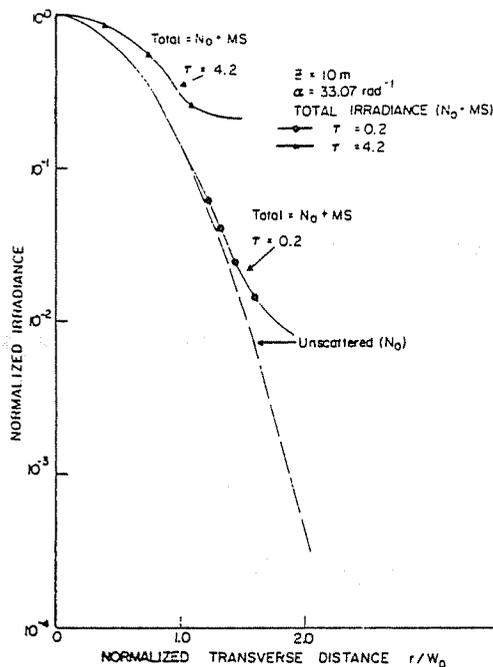


Fig.A8

Référence 131

$$\tau = z/l$$

Fig. 9. Normalized irradiance as a function of the normalized transverse distance (r/W_0) for $z = 10 \text{ m}$, $\alpha = 33.07 \text{ rad}^{-1}$, for $\tau = 0.2$ and 4.2 .

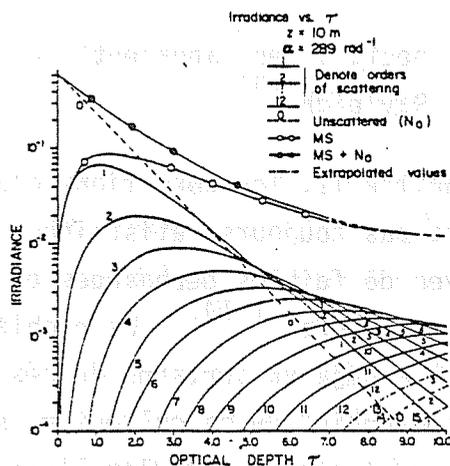


Fig.A9

Référence 131

Fig. 10. Relative irradiance as a function of the optical depth τ showing the unscattered contribution (denoted by 0), contribution due to various orders of scattering (denoted by 1,2,3...), total scattered contribution (open circles), and total scattered plus unscattered contributions (solid circles).

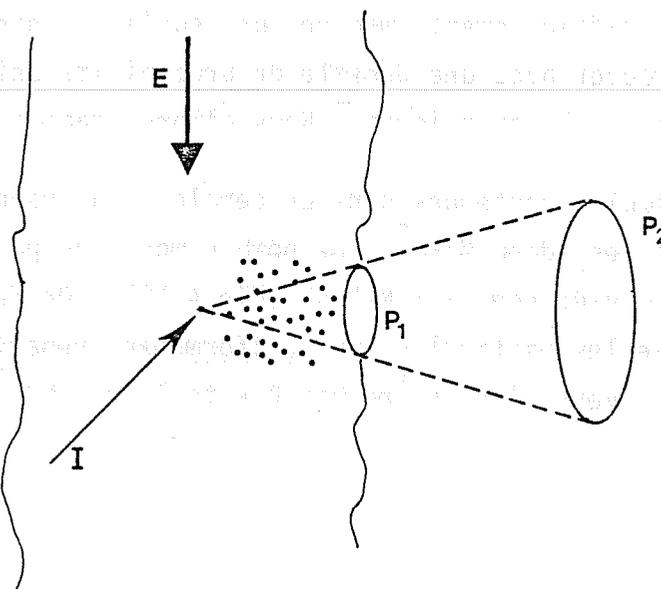


Fig.A10.

Imagerie à travers un brouillard.

- I: Illumination
- E: Ecoulement
- P_2 : Pupille de 1' objectif

ANNEXE VI. SPECKLE NON-GAUSSIEN.

Le but de cette annexe est d'estimer les propriétés de la variable statistique

$$I(\vec{r}_f) = TF |U(\vec{r}_0)|^2 \quad (1)$$

avec

$$U(\vec{r}_0) = P(\vec{r}_0) \left[\sum_i f_i(\vec{r}_0 - \vec{r}_i) \right]$$

et

$$P(\vec{r}_0) = \exp(-r_0^2/w^2)$$

lorsque les positions aléatoires \vec{r}_i varient.

Ce problème n'est pas neuf; il est apparenté au "random walk" à deux dimensions déjà traité par Rayleigh ¹³⁷.

Comme souligné au chapitre II, les conditions d'application du théorème central limite ne sont pas toujours satisfaites, particulièrement dans le cas de fluctuation avec de faibles déphasages ou pour le speckle produit par un faible nombre de diffuseurs ^{71,141}. Le problème présent (modèle dit des "diffuseurs discrets") a déjà vu certains de ces aspects traités dans ^{138,139,140}. La "philosophie" du calcul qui va suivre s'apparente assez à celle de ¹³⁸ où on se contente de calculer l'intensité moyenne et le contraste dans un cas simplifié. Au moyen d'un modèle de répartition des particules, on calculera l'intensité moyenne et l'autocorrélation de l'intensité (et partant le contraste) en fonction de la densité de particules. Le choix d'une fonction gaussienne pour $P(\vec{r}_0)$ (choix naturel : il s'agit de la situation expérimentale) pose un problème : la gaussienne étant infinie, on peut difficilement imaginer une surface finie où N particules pourraient se trouver avec une densité de probabilité uniforme. Cela reviendrait à tronquer la gaussienne. Nous allons imaginer le modèle suivant :

Soit M particules contenues dans un cercle C_1 de rayon $R \gg w$. La densité de particules est donc $M/\pi R^2$. Le nombre moyen de particules dans un cercle C_2 de rayon w vaut donc $N = Mw^2/R^2$ (Fig.A.11). On fera tous les calculs en supposant que les particules sont uniformément réparties dans C_1 et en faisant tendre M et R vers l'infini en manière telle que M/R^2 reste constant .

Une conséquence de ce modèle est que le nombre de particules dans C_2 ("nombre de particules contenues dans la gaussienne d'éclairement") est fluctuant. On ne fait là que reproduire des conditions réelles où on prendrait un grand nombre de photographies de particules contenues dans un récipient de grandes dimensions que l'on "secouerait" entre chaque prise de vues.

On fera l'approximation suivante : on supposera que les fonctions $f_i(\vec{r}_0)$ ont une extension très faible devant w , si bien que

$$U(\vec{r}_0) = \exp\left(-\frac{r_0^2}{w^2}\right) \left[\sum_i f_i(\vec{r}_0 - \vec{r}_i) \right] \\ \approx \sum_{i=1}^M \exp\left(-\frac{r_i^2}{w^2}\right) f_i(\vec{r}_0 - \vec{r}_i) \quad (3)$$

Dans ces conditions l'intensité lumineuse dans le plan de Fourier vaut

$$I(\vec{r}_f) = \left| \sum_{k=1}^M \exp\left(-\frac{r_k^2}{w^2}\right) F_k(\vec{r}_f) \exp\left(-i \frac{k_0}{f} \vec{r}_f \cdot \vec{r}_k\right) \right|^2 \quad (4)$$

avec

$$F_k = \text{TF}(f_k) \quad \text{et} \quad k_0 = 2\pi/\lambda$$

A. INTENSITE MOYENNE

(4) se réécrit

$$I(\vec{r}_f) = \sum_{k=1}^M |F_k|^2 \exp\left(-\frac{2r_k^2}{w^2}\right) + \sum_{k \neq \ell}^M F_k F_\ell^* \exp\left(-\frac{r_k^2 + r_\ell^2}{w^2}\right) \\ \exp\left(-i \frac{k_0}{f} \vec{r}_f \cdot (\vec{r}_k - \vec{r}_\ell)\right) \quad (5)$$

Chacune des M particules indépendantes est caractérisée par une densité de probabilité égale à $p(\vec{r}_0) = \frac{1}{\pi R^2}$. Si on fait la moyenne sur toutes les positions, on a

$$\begin{aligned}
\langle I(\vec{r}_f) \rangle &= \frac{1}{\pi R^2} \sum_{k=1}^M |F_k|^2 \int_{C_1} \exp\left(-\frac{2r_k^2}{w^2}\right) d\vec{r}_k \\
&+ \frac{1}{\pi^2 R^4} \sum_{k \neq \ell}^M F_k F_\ell^* \int_{C_1} \exp\left(-\frac{r_k^2}{w^2}\right) \exp\left(-i \frac{k_o}{f} \vec{r}_f \vec{r}_k\right) d\vec{r}_f \\
&\int_{C_1} \exp\left(-\frac{r_\ell^2}{w^2}\right) \exp\left(+i \frac{k_o}{f} \vec{r}_f \vec{r}_\ell\right) d\vec{r}_\ell \quad (6)
\end{aligned}$$

Puisque $R \gg w$, on a

$$\begin{aligned}
\int_{C_1} \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2}\right) d\vec{r} &\approx \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{2x^2}{w^2}\right) dx \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{2y^2}{w^2}\right) dy = \frac{\pi w^2}{2} \\
\int_{C_1} \exp\left(-\frac{r^2}{w^2}\right) \exp\left(-i \frac{k_o}{f} \vec{r}_f \vec{r}\right) d\vec{r} &\approx \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{w^2}\right) \exp\left(-i \frac{k_o}{f} x_f x\right) dx \\
&\cdot \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{y^2}{w^2}\right) \exp\left(-i \frac{k_o}{f} y_f y\right) dy \\
&= \pi w^2 \exp\left[-\frac{\pi^2 w^2}{\lambda^2 f^2} (x_f^2 + y_f^2)\right]
\end{aligned}$$

$$\langle I(\vec{r}_f) \rangle = \frac{w^2}{R^2} \sum_{k=1}^M \frac{|F_k|^2}{2} + \frac{w^4}{R^4} \sum_{k \neq \ell}^M F_k F_\ell^* \exp\left[-\frac{2\pi^2 w^2}{\lambda^2 f^2} r_f^2\right] \quad (7)$$

En faisant tendre M et R vers l'infini, on a

$$\begin{aligned}
\sum_{k=1}^M |F_k|^2 &\rightarrow M \langle |F|^2 \rangle \\
\sum_{k \neq \ell} F_k F_\ell^* &\rightarrow M(M-1) \langle |F|^2 \rangle^2 \quad (8)
\end{aligned}$$

$$\frac{w^2}{R^2} M \rightarrow N$$

où N est, rappelons le, le nombre moyen de particules dans un cercle de rayon w .

La moyenne $\langle F \rangle$ doit être comprise comme la moyenne sur toutes les formes d'images de particules possibles.

En fin de compte

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \langle I(\vec{r}_f) \rangle = \frac{N}{2} \langle |F|^2 \rangle + N^2 \langle |F \rangle|^2 \exp - \frac{2\pi^2 w^2}{\lambda^2 f^2} r_f^2 \quad (9)$$

Pour pouvoir continuer les calculs, il est nécessaire de se donner un modèle pour de la fonction $f(\vec{r}_0)$. Néanmoins, la physique du phénomène peut être déduite en supposant que toutes les images sont identiques

$$\langle I \rangle = \frac{N}{2} |F|^2 (1 + 2N \exp - 2(\frac{\pi w}{\lambda f})^2 r_f^2) \quad (10)$$

On n' obtient donc pas le résultat "gaussien" ($\langle I \rangle = \text{constante}$) dans le voisinage de l' origine. Cet effet est aisément compréhensible. La transmittance éclairée est "réelle" (modulation d' amplitude et non de phase) et toutes les ondelettes diffractées par les images des particules arrivent en phase en $\vec{r}_f=0$. L' importance du deuxième terme de (10), très ramassé autour de l' origine, peut s' estimer en recherchant la distance \vec{r}_c telle que

$$2N \exp - 2(\frac{\pi w}{\lambda f})^2 r_c^2 = 0.1$$

$$\xi_c^2 = \frac{r_c^2}{(\frac{\lambda f}{\pi w})^2} = \frac{1}{2} \ln \frac{N}{0.05} \quad (11)$$

Remarquons que $\lambda f / \pi w$ est le rayon du faisceau non diffracté.

La figure A12 illustre la variation de ξ_c en fonction de N et montre que $\xi_c < 3$ pour des valeurs de N aussi importantes que 10^6 .

B. AUTOCORRELATION SPATIALE.

On va étudier l'expression

$$C_{ab} = \langle I(\vec{r}_{fa}) I(\vec{r}_{fb}) \rangle \quad (12)$$

Cette autocorrélation va nous permettre :

i) de calculer le contraste du speckle (C) donné par :

$$C^2 = \frac{\sigma^2(\vec{r}_f)}{|\langle I \rangle|^2} = \frac{\langle I^2(\vec{r}_f) \rangle - |\langle I(\vec{r}_f) \rangle|^2}{|\langle I(\vec{r}_f) \rangle|^2} \quad (13)$$

ii) de déduire la "taille moyenne" d'un grain en analysant le coefficient de corrélation

$$\begin{aligned} \rho(\vec{r}_a, \vec{r}_b) &= \frac{\langle (I(\vec{r}_a) - \langle I(\vec{r}_a) \rangle) (I(\vec{r}_b) - \langle I(\vec{r}_b) \rangle) \rangle}{\sigma(\vec{r}_a) \sigma(\vec{r}_b)} \\ &= \frac{\langle I(\vec{r}_a) I(\vec{r}_b) \rangle - \langle I(\vec{r}_a) \rangle \langle I(\vec{r}_b) \rangle}{\sigma(\vec{r}_a) \sigma(\vec{r}_b)} \end{aligned} \quad (14)$$

Le calcul de (12) se calcule exactement de la même manière que pour l'intensité moyenne, les calculs y sont simplement beaucoup plus longs et laborieux.

On a :

$$\begin{aligned} I(\vec{r}_a) I(\vec{r}_b) &= \sum_k \sum_\ell \sum_m \sum_n F_k(\vec{r}_a) \exp(-i \frac{k_0}{f} \vec{r}_a \cdot \vec{r}_k) \exp(-r_k^2/w^2) \\ &\quad F_\ell^*(\vec{r}_a) \exp(+i \frac{k_0}{f} \vec{r}_a \cdot \vec{r}_\ell) \exp(-r_\ell^2/w^2) \\ &\quad F_m(\vec{r}_b) \exp(-i \frac{k_0}{f} \vec{r}_m \cdot \vec{r}_b) \exp(-r_m^2/w^2) \\ &\quad F_n^*(\vec{r}_b) \exp(+i \frac{k_0}{f} \vec{r}_n \cdot \vec{r}_b) \exp(r_n^2/w^2) \end{aligned}$$

On décompose cette expression en sommes partielles comme précédemment.

Il convient de considérer cinq cas différents :

$$1) k = \ell = m = n$$

$$S_1 = \sum_k |F_k(\vec{r}_a)|^2 |F_k(\vec{r}_b)|^2 \exp(-4 r_k^2/w^2)$$

$$\langle S_1 \rangle = \frac{w^2}{4R^2} \sum_k |F_k(\vec{r}_a)|^2 |F_k(\vec{r}_b)|^2$$

$$\lim_{\substack{M \rightarrow \infty \\ R \rightarrow \infty}} \langle S_1 \rangle = \frac{N}{4} \langle |F(\vec{r}_a)|^2 |F(\vec{r}_b)|^2 \rangle \quad (16)$$

$$2) k \neq \ell = m = n \text{ et } \bar{\text{e}}\text{quivalents}$$

$$C_4^1 = 4 \text{ combinaisons}$$

Par exemple : $k \neq \ell = m = n$

$$S_{2a} = \sum_{k \neq \ell} F_k(\vec{r}_a) \exp(-r_k^2/w^2) \exp(-i \frac{k_0}{f} \vec{r}_a \cdot \vec{r}_k) F_\ell^*(\vec{r}_a) |F_\ell(\vec{r}_b)|^2$$

$$\exp(-3 r_\ell^2/w^2) \exp(i \frac{k_0}{f} \vec{r}_a \cdot \vec{r}_\ell)$$

$$\langle S_{2a} \rangle = \frac{1}{\pi^2 R^4} \sum_{k \neq \ell} \sum F_k(\vec{r}_a) F_\ell^*(\vec{r}_a) |F_\ell(\vec{r}_b)|^2$$

$$\cdot \int \exp(-r_k^2/w^2) \exp(-i \frac{k_0}{f} \vec{r}_a \cdot \vec{r}_k) d\vec{r}_k$$

$$\cdot \int \exp(-3r_\ell^2/w^2) \exp(+i \frac{k_0}{f} \vec{r}_a \cdot \vec{r}_\ell) d\vec{r}_\ell$$

$$= \frac{w^4}{3R^4} \exp - \frac{4}{3} r_a^2 \left(\frac{\pi w}{\lambda f}\right)^2 \sum_{k \neq \ell} F_k(\vec{r}_a) F_\ell^*(\vec{r}_a) |F_\ell(\vec{r}_b)|^2$$

$$\begin{aligned} \lim_{\substack{M \rightarrow \infty \\ R \rightarrow \infty}} \langle S_{2a} \rangle &= \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{N^2}{3M^2} M(M-1) \exp - \frac{4}{3} r_a^2 \left(\frac{\pi W}{\lambda f}\right)^2 \cdot \langle F(\vec{r}_a) \rangle \langle F^*(\vec{r}_a) |F(\vec{r}_b)|^2 \rangle \\ &= \frac{N^2}{3} \langle F(\vec{r}_a) \rangle \langle F^*(\vec{r}_a) |F(\vec{r}_b)|^2 \rangle \exp - \frac{4}{3} r_a^2 \left(\frac{\pi W}{\lambda f}\right)^2 \end{aligned}$$

En calculant les trois autres termes de manière équivalente, on obtient

$$\begin{aligned} \langle S_2 \rangle &= 2 \frac{N^2}{3} \{ \exp - \frac{4}{3} \left(\frac{\pi W}{\lambda f}\right)^2 r_a^2 \operatorname{Re} [\langle F(\vec{r}_c) \rangle \langle F^*(\vec{r}_a) |F(\vec{r}_b)|^2 \rangle] \\ &\quad + \exp - \frac{4}{3} \left(\frac{\pi W}{\lambda f}\right)^2 r_b^2 \operatorname{Re} [\langle F(\vec{r}_b) \rangle \langle F^*(\vec{r}_b) |F(\vec{r}_a)|^2 \rangle] \} \quad (17) \end{aligned}$$

3) $k = \ell \neq m = n$ et équivalents

$$\frac{C_4}{2} = 3 \text{ combinaisons}$$

Traisons un cas :

$$k = m \neq \ell = n$$

$$\begin{aligned} S_{3a} &= \sum_{k \neq \ell}^M \sum \exp\left(-\frac{2r_k^2}{w}\right) F_k(\vec{r}_a) F_k(\vec{r}_b) \exp(-i \frac{k_0}{f} \vec{r}_k (\vec{r}_a + \vec{r}_b)) \\ &\quad \exp\left(-\frac{2r_\ell^2}{w}\right) F_\ell^*(\vec{r}_a) F_\ell^*(\vec{r}_b) \exp(+i \frac{k_0}{f} \vec{r}_\ell (\vec{r}_a + \vec{r}_b)) \end{aligned}$$

$$\langle S_{3a} \rangle = \frac{1}{\pi^2 R^4} \sum_{k \neq \ell}^M \sum F_k(\vec{r}_a) F_k(\vec{r}_b) F_\ell^*(\vec{r}_a) F_\ell^*(\vec{r}_b)$$

$$\left| \int \exp\left(-\frac{2r^2}{w}\right) \exp(-i \frac{k_0}{f} \vec{r} (\vec{r}_a + \vec{r}_b)) d\vec{r} \right|^2$$

$$= \frac{w^4}{4R^4} \exp - \left(\frac{\pi W}{\lambda f}\right)^2 (\vec{r}_a + \vec{r}_b)^2 \sum_{k \neq \ell} \sum F_k(\vec{r}_a) F_k(\vec{r}_b) F_\ell^*(\vec{r}_a) F_\ell^*(\vec{r}_b)$$

$$\lim_{\substack{M \rightarrow \infty \\ R \rightarrow \infty}} \langle S_{3a} \rangle = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{N^2}{4M^2} \exp - \left(\frac{\pi W}{\lambda f}\right)^2 (\vec{r}_a + \vec{r}_b)^2 M(M-1) \langle F(\vec{r}_a) F(\vec{r}_b) \rangle .$$

$$\langle F^*(\vec{r}_a) F^*(\vec{r}_b) \rangle$$

$$= \frac{N^2}{4} \exp - \left(\frac{\pi W}{\lambda f}\right)^2 (\vec{r}_a + \vec{r}_b)^2 \cdot |\langle F(\vec{r}_a) F(\vec{r}_b) \rangle|^2$$

En calculant les autres termes on trouve

$$S_3 = \frac{N^2}{4} [\langle |F(\vec{r}_a)|^2 \rangle \langle |F(\vec{r}_b)|^2 \rangle + \exp - \left(\frac{\pi W}{\lambda f}\right)^2 (\vec{r}_a - \vec{r}_b)^2].$$

$$|\langle F(\vec{r}_a) F^*(\vec{r}_b) \rangle|^2 + \exp - \left(\frac{\pi W}{\lambda f}\right)^2 (\vec{r}_a + \vec{r}_b)^2 \cdot |\langle F(\vec{r}_a) F(\vec{r}_b) \rangle|^2 \quad (18)$$

$$4) k \neq \ell \neq m = n$$

$$C_4^1 C_3^1 / 2 = 6 \text{ combinaisons}$$

Traitons le cas $k \neq \ell \neq m = n$

$$S_{4a} = \sum_{k \neq \ell \neq m} \exp(-r_k^2/w^2) \exp(-i \frac{k_0}{f} \vec{r}_a \cdot \vec{r}_k) F_k(\vec{r}_a) \exp(-r_\ell^2/w^2)$$

$$\exp(i \frac{k_0}{f} \vec{r}_\ell \cdot \vec{r}_a) F_\ell^*(\vec{r}_a) \exp(-2r_m^2/w^2) \cdot |F_m(\vec{r}_b)|^2$$

$$\langle S_{4a} \rangle = \frac{w^6}{2R^6} \exp(-2r_a^2 \left(\frac{\pi W}{\lambda f}\right)^2) \sum_{k \neq \ell \neq m} F_k(\vec{r}_a) F_\ell^*(\vec{r}_a) |F_m(\vec{r}_b)|^2$$

$$\lim_{\substack{M \rightarrow \infty \\ R \rightarrow \infty}} \langle S_{4a} \rangle = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{N^3}{2M^3} \exp(-2r_a^2 \left(\frac{\pi W}{\lambda f}\right)^2) M(M-1)(M-2) \langle F(\vec{r}_a) \rangle \langle F^*(\vec{r}_a) \rangle .$$

$$\cdot \langle |F(\vec{r}_b)| \rangle^2$$

$$= \frac{N^3}{2} \exp - 2 r_a^2 \left(\frac{\pi W}{\lambda f}\right)^2 |\langle F(\vec{r}_a) \rangle|^2 \langle |F(\vec{r}_b)| \rangle^2$$

En calculant les cinq autres termes, on trouve, après réarrangement des termes :

$$\begin{aligned}
 S_4 = & \frac{N^3}{2} \left\{ \exp \left[-2 \left(\frac{\pi W}{\lambda f} \right)^2 r_a^2 \right] | \langle F(\vec{r}_a) \rangle |^2 < | F(\vec{r}_b) |^2 \right. \\
 & + \exp \left[-2 \left(\frac{\pi W}{\lambda f} \right)^2 r_b^2 \right] | \langle F(\vec{r}_b) \rangle |^2 < | F(\vec{r}_a) |^2 > \\
 & + 2 \exp \left[- \left(\frac{\pi W}{\lambda f} \right)^2 \left(r_a^2 + r_b^2 + \frac{1}{2} (\vec{r}_a - \vec{r}_b)^2 \right) \right] \cdot \text{Re} \left(\langle F(\vec{r}_a) \rangle \langle F^*(\vec{r}_b) \rangle \langle F^*(\vec{r}_a) F(\vec{r}_b) \rangle \right) \\
 & + 2 \exp \left[- \left(\frac{\pi W}{\lambda f} \right)^2 \left(r_a^2 + r_b^2 + \frac{1}{2} (\vec{r}_a + \vec{r}_b)^2 \right) \right] \cdot \text{Re} \left(\langle F(\vec{r}_a) \rangle \langle F(\vec{r}_b) \rangle \langle F^*(\vec{r}_a) F^*(\vec{r}_b) \rangle \right) \\
 & \left. \right\} \quad (19)
 \end{aligned}$$

5) $k \neq l \neq m \neq n$

$$\langle S_5 \rangle = N^4 \exp \left[-2 \left(\frac{\pi W}{\lambda f} \right)^2 (r_a^2 + r_b^2) \right] | \langle F(\vec{r}_a) \rangle |^2 | \langle F(\vec{r}_b) \rangle |^2 \quad (20)$$

On a alors :

$$\langle I(\vec{r}_a) I(\vec{r}_b) \rangle = \sum_{k=1}^5 \langle S_k \rangle \quad (21)$$

Encore une fois, on considèrera que les images ont toutes la même forme et on introduira des variables réduites :

$$\vec{\xi}_a = \vec{r}_a \frac{\pi W}{\lambda f} \quad \text{et} \quad \vec{\xi}_b = \vec{r}_b \frac{\pi W}{\lambda f}$$

On obtient alors

$$\begin{aligned}
 \langle I(\vec{\xi}_a) I(\vec{\xi}_b) \rangle = & | F(\vec{\xi}_a) |^2 \cdot | F(\vec{\xi}_b) |^2 \cdot \left\{ \frac{N}{4} + \frac{2N^2}{3} \left(\exp(-4\xi_a^2/3) + \exp(-4\xi_b^2/3) \right) \right. \\
 & + \frac{N^2}{4} \left[1 + \exp - (\vec{\xi}_a - \vec{\xi}_b)^2 + \exp - (\vec{\xi}_a + \vec{\xi}_b)^2 \right] \\
 & + \frac{N^3}{2} \left[\exp(-2\xi_a^2) + \exp(-2\xi_b^2) + 2 \exp - (\xi_a^2 + \xi_b^2) \left(\exp - \frac{1}{2} (\vec{\xi}_a - \vec{\xi}_b)^2 + \exp - \frac{1}{2} (\vec{\xi}_a + \vec{\xi}_b)^2 \right) \right] \\
 & \left. + N^4 \exp - 2(\xi_a^2 + \xi_b^2) \right\} \quad (22)
 \end{aligned}$$

Le contraste peut être déduit de (22)(13) et (10). La figure A.13 montre le contraste $C(\vec{\xi}) = \sigma(\vec{\xi}) / \langle I(\vec{\xi}) \rangle$ en fonction de N et de ξ .

On remarque que dans la région proche de l'origine, le contraste est très petit puisque toutes les vibrations y arrivent en phase. Pour $\xi = 0$ et N grand on a :

$$\langle I^2(\vec{\xi}) \rangle \approx |F(\vec{\xi})|^4 [N^4 + 3N^3 + O(N^2)]$$

$$\langle I(\vec{\xi}) \rangle^2 = |F(\vec{\xi})|^4 [N^4 + N^3 + O(N^2)]$$

$$\rightarrow C \approx \sqrt{\frac{2}{N}}$$

D'autre part, pour $\xi \gg 1$, on a

$$\langle I^2 \rangle = |F|^4 \left(\frac{N}{4} + \frac{N^2}{2} \right)$$

$$\langle I \rangle^2 = |F|^4 \frac{N^2}{4}$$

$$C^2 = 1 + \frac{1}{N}$$

Le contraste est donc toujours plus grand que l'unité dans la région $\xi \gg 1$ où les déphasages entre les vibrations peuvent être très grands.

Le coefficient de corrélation se déduit de (22) (14) et (10). On remarque immédiatement dans (22) que ρ_{ab} dépend de $(\vec{\xi}_a - \vec{\xi}_b)$ et $(\vec{\xi}_a + \vec{\xi}_b)$. Le grain de speckle sera donc anisotrope.

Les figures A.14 montrent la variation du coefficient de corrélation en fonction de N pour différentes positions de $\vec{\xi}_a$ sur l'axe ξ_1 . Les corrélations sont calculées en déplaçant $\vec{\xi}_b$ le long de l'axe ξ_1 (direction radiale : Fig.A14.2,3) ou de l'axe ξ_2 (direction azimutale :

Fig.A14.4,5). On remarque que pour N petit, la corrélation aussi bien radiale qu'azimuthale tend vers une valeur non nulle que l'on peut calculer

Pour $\xi_a, \xi_b \gg 1$, on a :

$$\langle I(\vec{\xi}_a) I(\vec{\xi}_b) \rangle = |F(\vec{\xi}_a)|^2 |F(\vec{\xi}_b)|^2 \left[\frac{N}{4} + \frac{N^2}{4} (1 + \exp -(\vec{\xi}_a - \vec{\xi}_b)^2) \right]$$

$$\langle I(\vec{\xi}) \rangle = \frac{N}{2} |F(\vec{\xi})|^2$$

$$\sigma / \langle I \rangle = 1 + \frac{1}{N}$$

$$\text{Donc } \rho(\vec{\xi}_a, \vec{\xi}_b) = \frac{1}{(1 + 1/N)} \left(\frac{1}{N} + \exp -(\xi_a - \xi_b)^2 \right)$$

$$\lim_{|\vec{\xi}_a - \vec{\xi}_b| \rightarrow \infty} \rho(\vec{\xi}_a, \vec{\xi}_b) = \frac{1}{N + 1}$$

$$|\vec{\xi}_a - \vec{\xi}_b| \rightarrow \infty$$

et

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \rho(\vec{\xi}_a, \vec{\xi}_b) = \exp -(\vec{\xi}_a - \vec{\xi}_b)^2$$

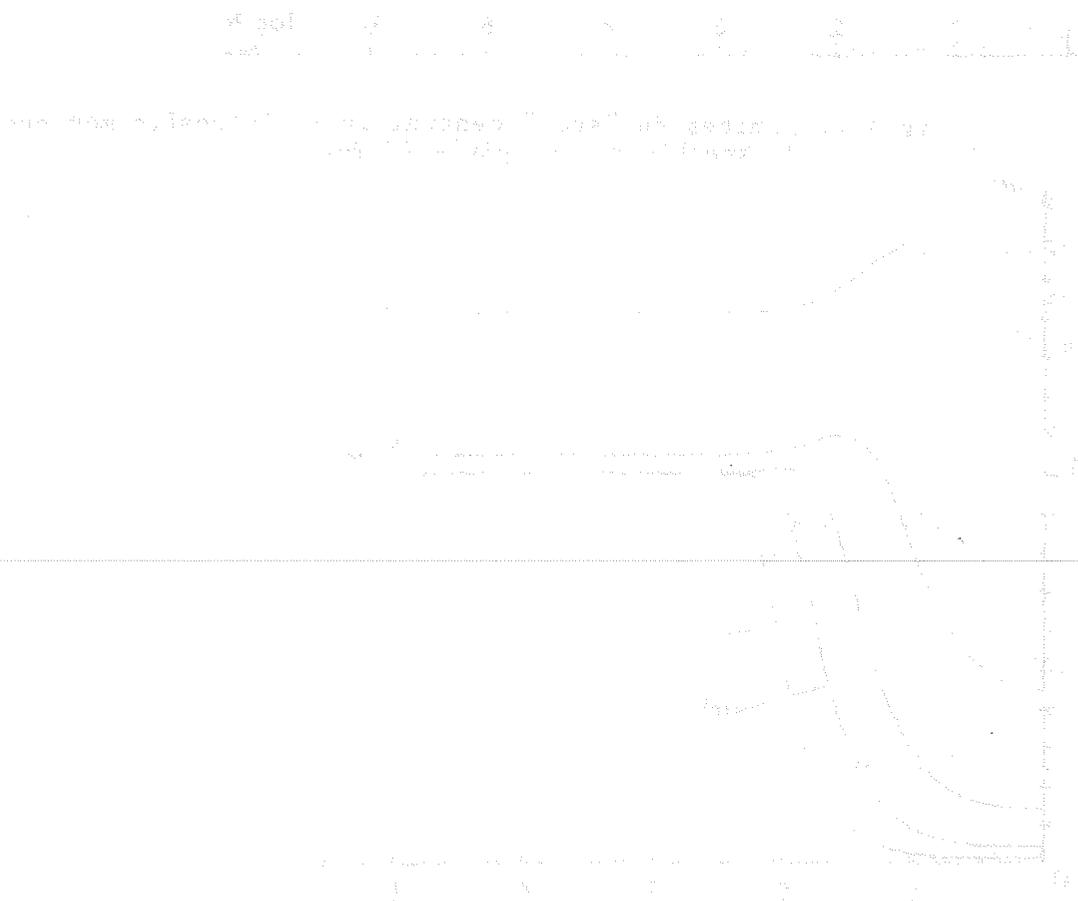
ce qui est le résultat classique [II. éq.15 avec $P(\vec{r}_0) = \exp(-r_0^2/w^2)$]

On remarquera la répétition de la corrélation pour $\vec{\xi}_b = -\vec{\xi}_a$ (Figures 14.2 et 3). En effet, la transparence étant réelle, l'intensité dans le plan de la transformée de Fourier est symétrique ($I(-\vec{\xi}) = I(\vec{\xi})$).

Les conclusions de ce modèle analytique sont les suivantes :

- Pour un faible nombre de particules et en dehors du faisceau non diffracté ($\xi > 1$), le contraste du speckle est plus grand que l'unité.
- Dans les mêmes conditions, le coefficient de corrélation de l'intensité n'étant pas asymptotiquement nul, la taille moyenne du grain sera plus grande que si le speckle était gaussien.

- En plus, dans le voisinage immédiat de l' origine, le speckle sera radialement "allongé".
- En dehors du voisinage immédiat de l' origine, même si sa statistique n' est pas gaussienne, le speckle peut être considéré comme spatialement stationnaire (contraste et corrélation de l' intensité indépendants de la position).



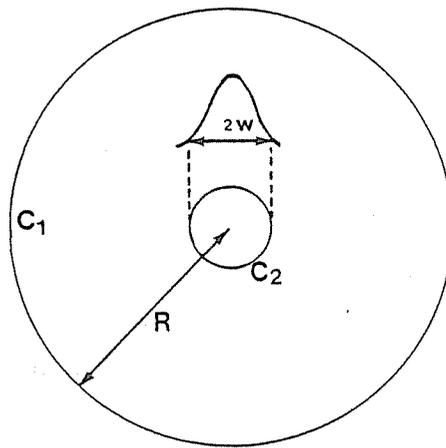


Fig.A11.

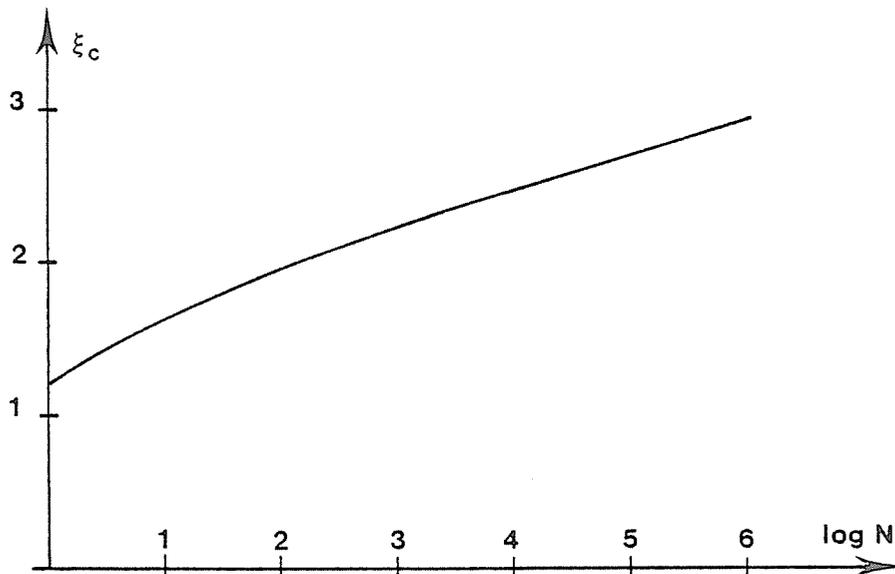


Fig.A12. Limites du "spot" central où l' intensité moyenne du speckle n' est pas uniforme.

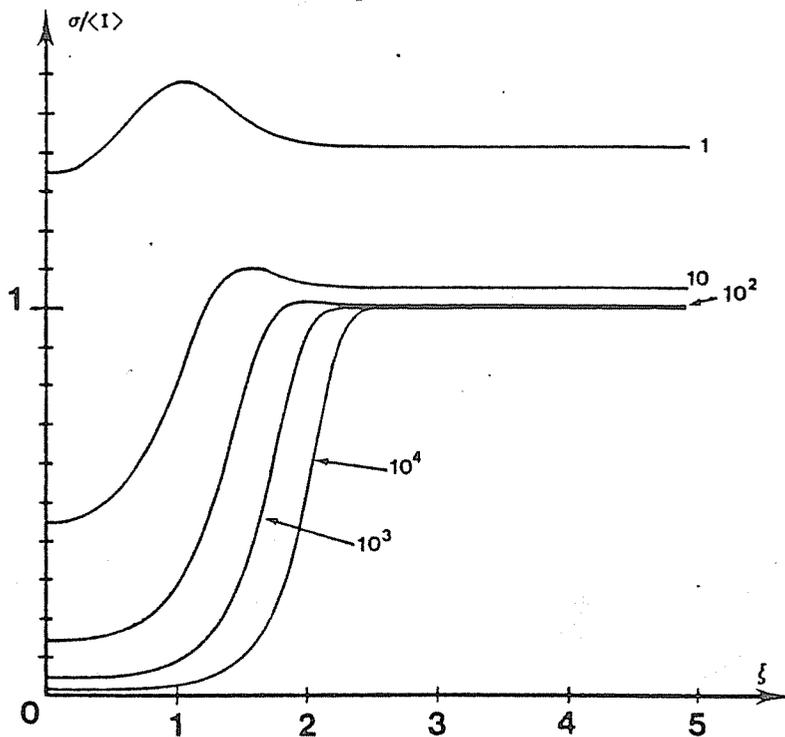


Fig.A13. Contraste du speckle en fonction du nombre moyen de particules.

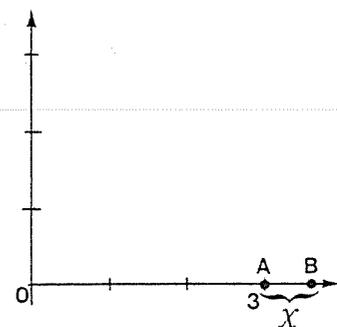
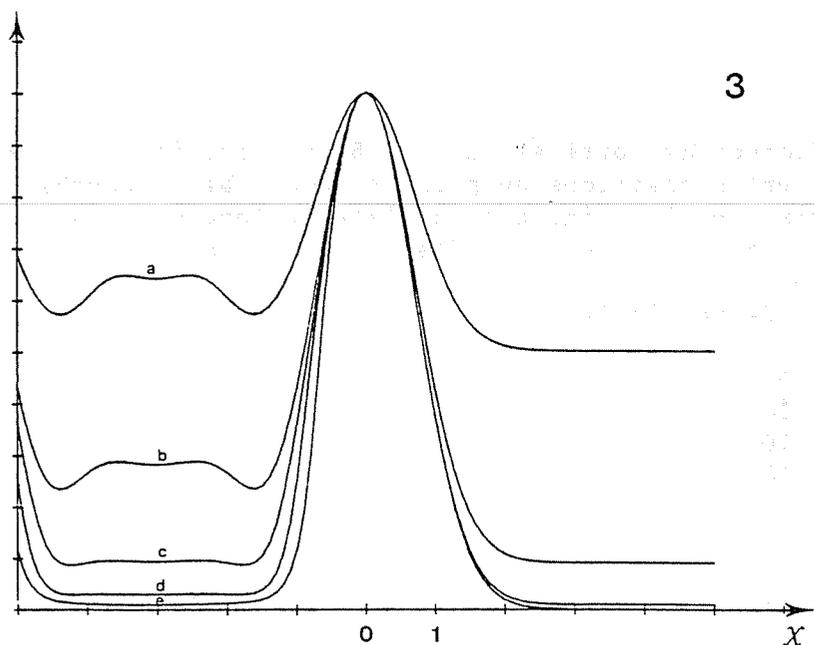
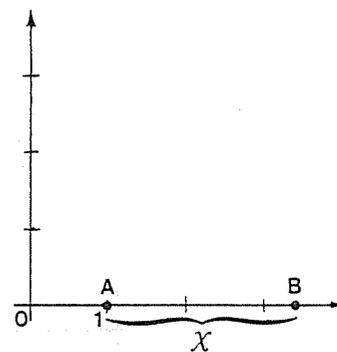
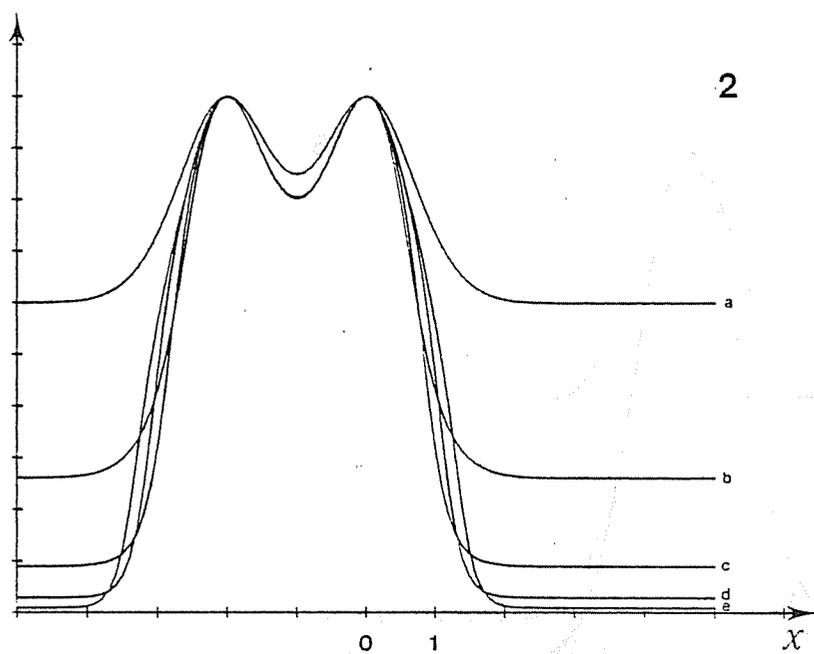
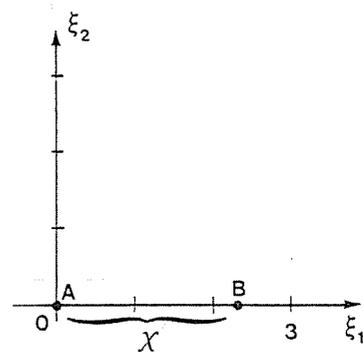
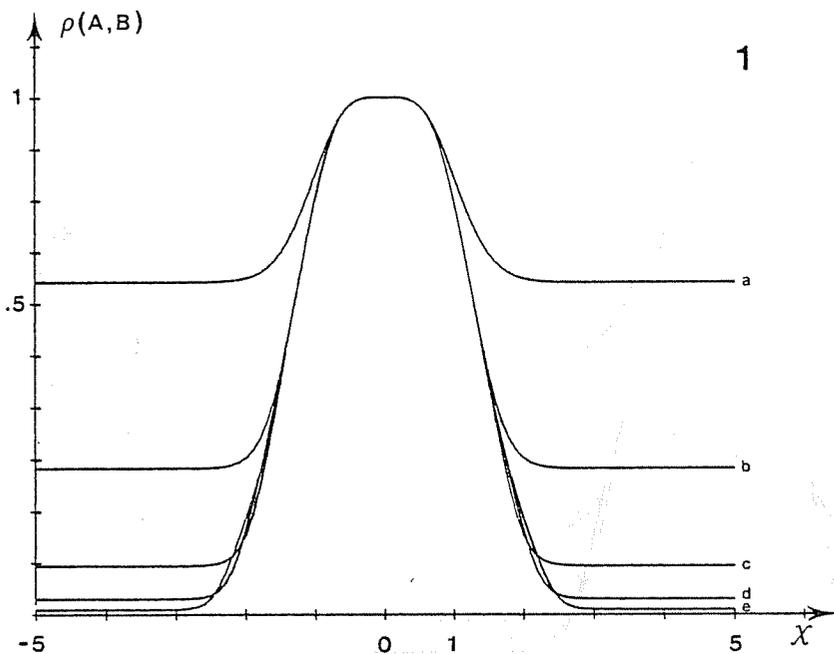


Fig.A14. Voir la légende à la page suivante

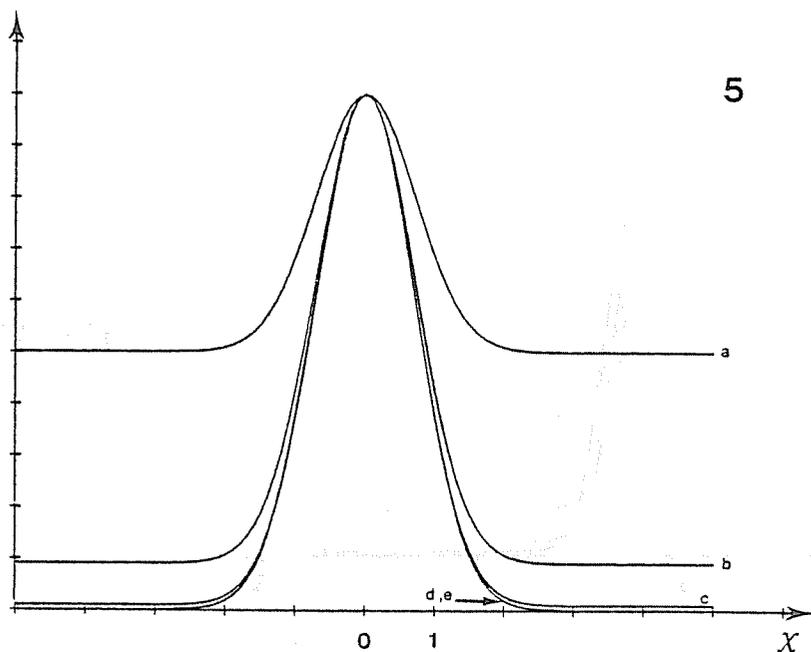
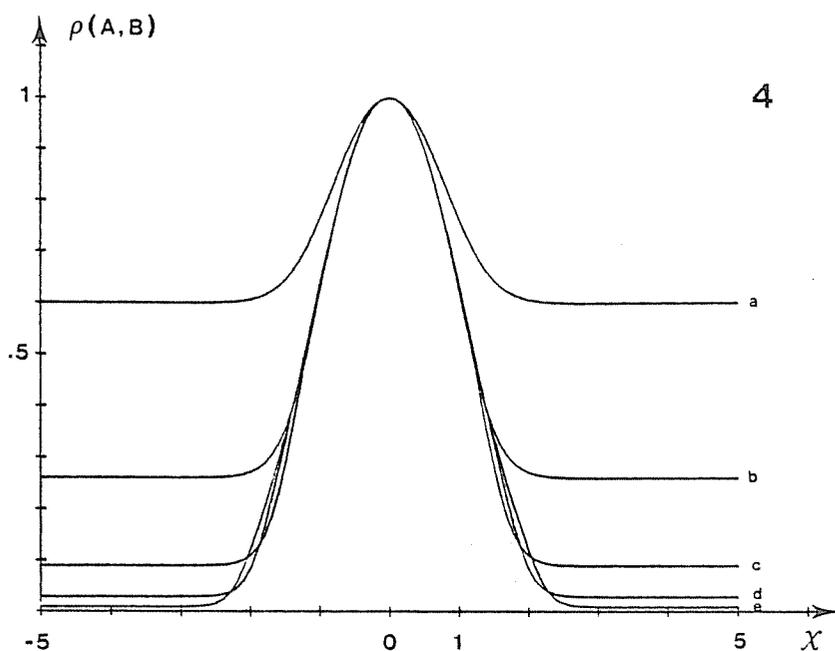


Fig.A14. Coefficient de corrélation $\rho(A,B)$ en fonction de N et pour différentes positions du point A . Pour chaque courbe, le point A est fixe et le point B se déplace le long de l'axe x (1,2,3) ou y (4,5). Voir le petit dessin schématique à droite de chaque figure.

Nombre de particules:

a: $N=1$

b: $N=10$

c: $N=10^2$

d: $N=10^3$

e: $N=10^4$

ANNEXE VII

L' électronique de synchronisation du montage de la figure IV8 remplit trois fonctions schématisées à la figure A 15 :

1°) Fournir une rampe de tension au miroir mobile (General Scanning) par l'intermédiaire d'un DAC piloté par des impulsions périodiques.

2°) Pendant la montée de la rampe, fournir des impulsions TTL de commande pour l' ADC.

3°) Entre deux rampes, produire des impulsions TTL pour l' avancement de la table motorisée Microcontrôle (1 μ m par pas).

Par un jeu de contacteurs, on a le choix:

- du nombre d' échantillonnages (nombre de colonnes)
- du déplacement de la table entre deux rampes
- et du nombre de déplacements de la table (nombre de lignes).

L'électronique (schéma bloc: figure A 16; schéma détaillé: figure A 17) est commandée par une horloge fonctionnant à 13 kHz. Le diviseur de fréquence A (compteurs binaires en série) produit les impulsions de synchronisation d'acquisition de données. Les dix premiers bits du même diviseur rentrent dans un DAC dont la sortie est l' onde triangulaire de commande du miroir. Après 1024 périodes de l' horloge (75 msec), la porte A se ferme et la porte B s' ouvre pour délivrer les impulsions de commande du moteur pas-à-pas. Lorsque le diviseur B compte le nombre de pas requis, la porte B se ferme, la porte A s' ouvre et le processus recommence. A chaque fin de déplacement de la table, le diviseur C est incrémenté. Lorsque le nombre de déplacements est atteint, l' horloge est arrêtée.

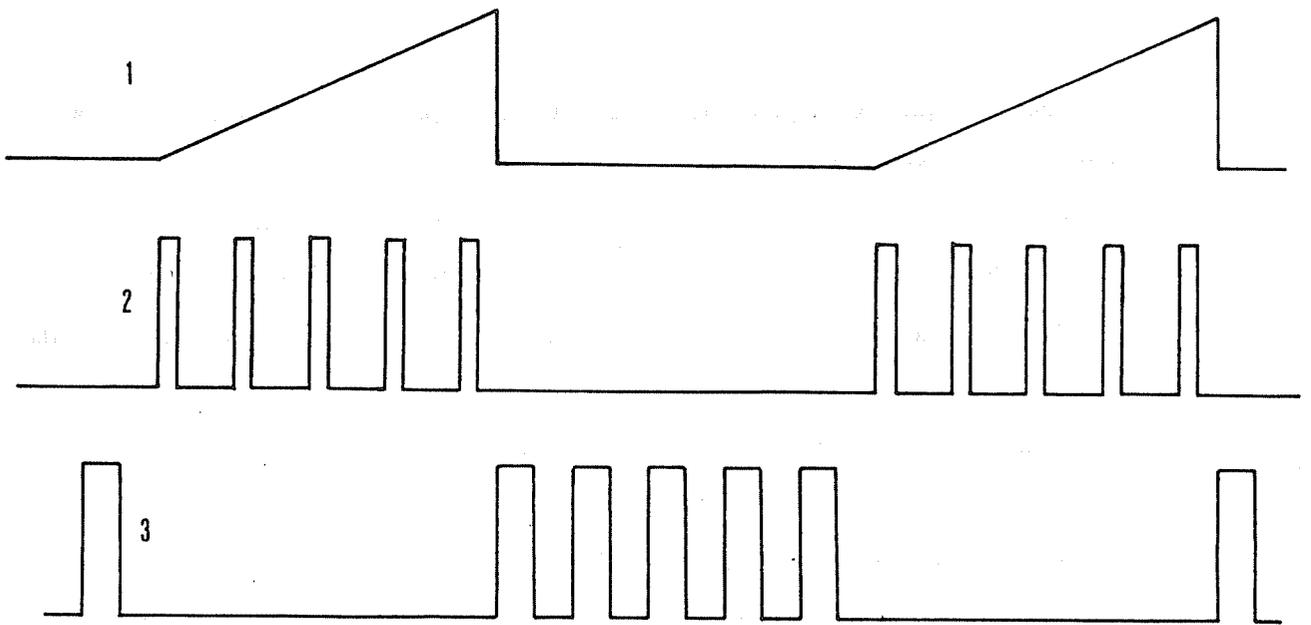


Fig.A15. Fonctions de l' électronique de synchronisation

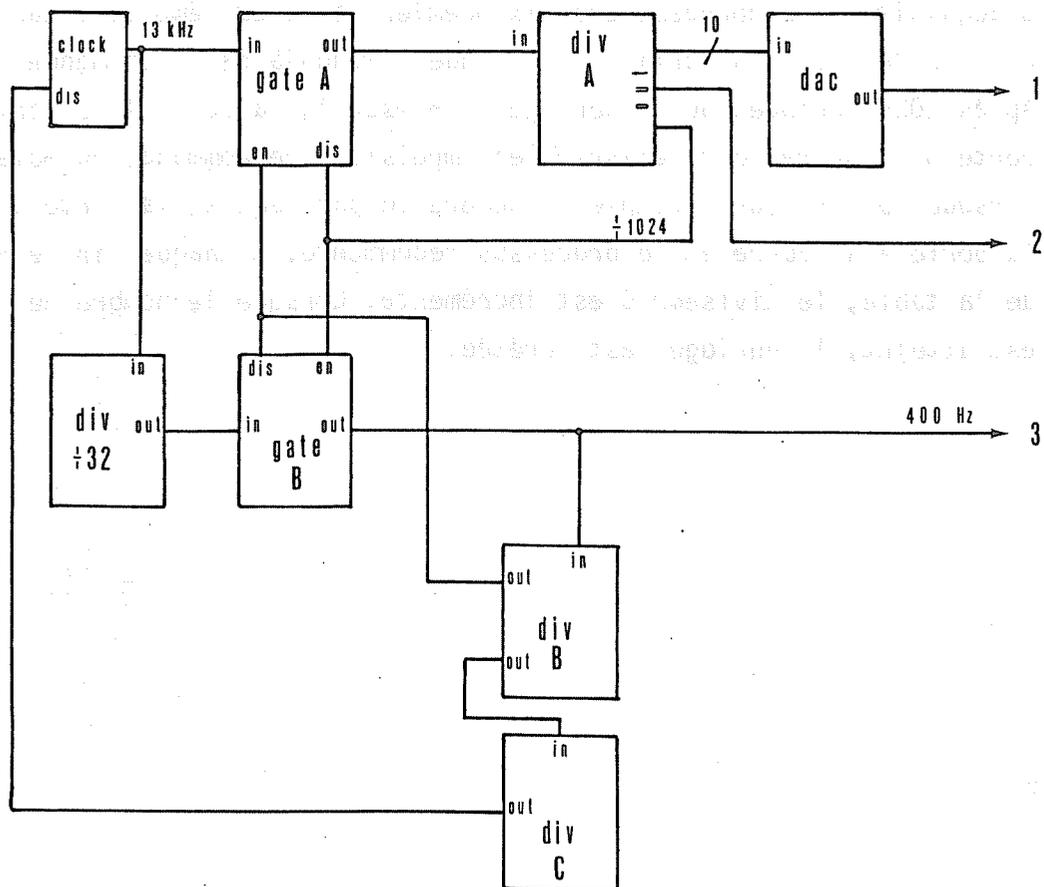


Fig.A16. Schéma bloc

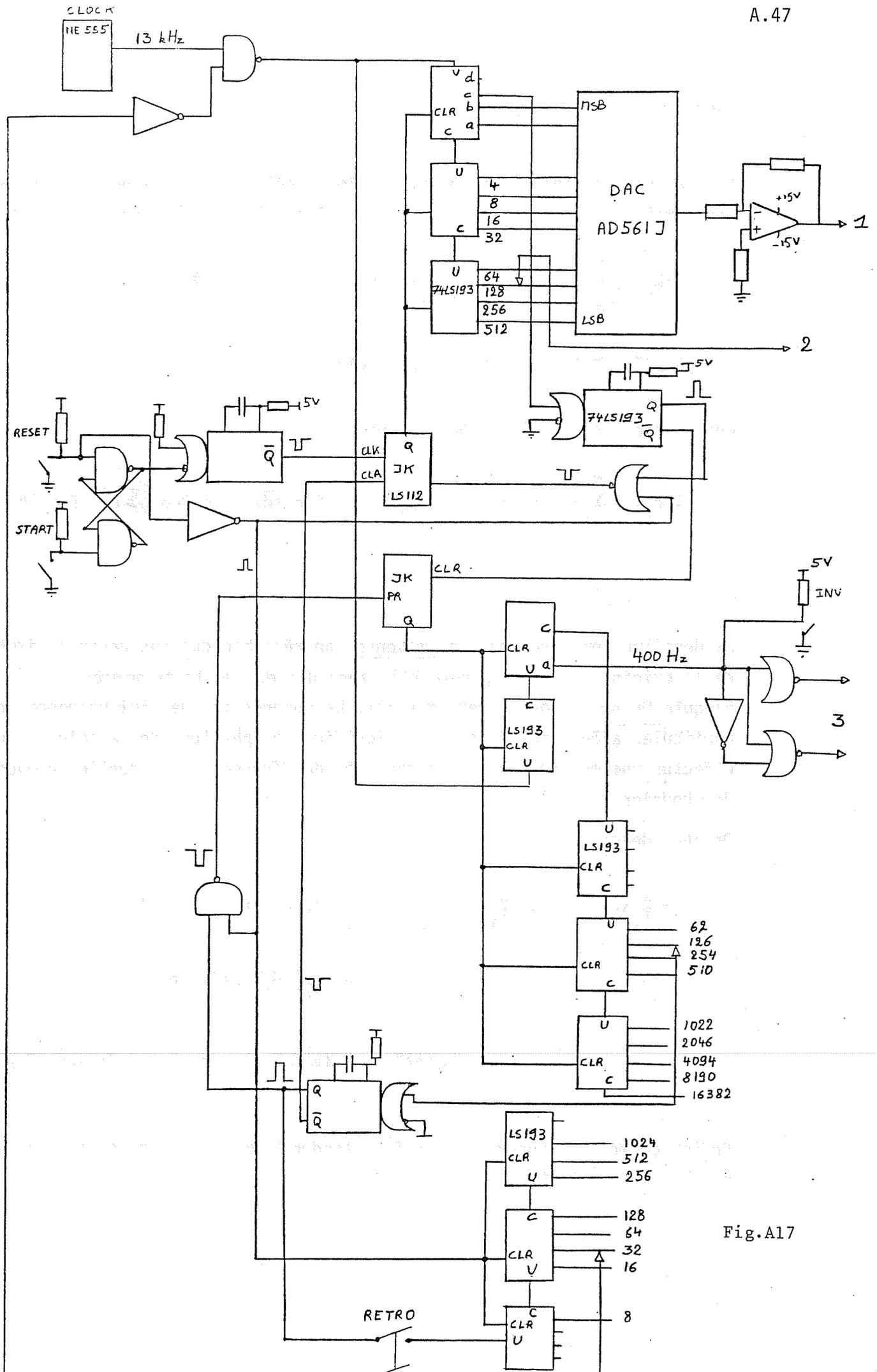


Fig.A17

ANNEXE VIII DEPLACEMENT FINI ET GRADIENTS

Nous allons reprendre exactement le même modèle qu' à l' annexe VI et en particulier l' équation A VI(3) en y incluant la deuxième exposition photo .

$$U(\vec{r}_0) = \sum_{i=1}^M [P(\vec{r}_i) f_i(\vec{r}_0 - \vec{r}_i) + P(\vec{r}_i + \vec{d}) f_i(\vec{r}_0 - \vec{r}_i - \vec{d})] \quad (1)$$

$$\text{avec } \vec{d} = \vec{d}(\vec{r}_i) \text{ et } P(\vec{r}) = \exp -r^2/w^2$$

Les franges seront alors décrites par

$$I(\vec{r}_f) = \sum_{i=1}^M |F_i(\vec{r}_f)|^2 [|P(\vec{r}_i)|^2 + |P(\vec{r}_i + \vec{d})|^2 + 2\cos\frac{2\pi}{\lambda f} \vec{r}_f \cdot \vec{d} P(\vec{r}_i)P(\vec{r}_i + \vec{d})] \\ + \sum_{i \neq j} \dots \quad (2)$$

La dernière somme ne sera, en moyenne, appréciable qu' aux environs immédiats de l' origine (voir l' annexe VI), zone qui est de toute manière bloquée. On ne la considérera pas ici. La suppression des interférences entre particules aléatoires éclaire la signification physique de ce calcul: on effectue une moyenne sur les intensités des franges individuelles provenant des couples de points.

On aura donc:

$$\langle I(\vec{r}_f) \rangle = \sum_{i=1}^M |F_i(\vec{r}_f)|^2 \frac{1}{\pi R^2} \int d\vec{r}_i [|P(\vec{r}_i)|^2 + |P(\vec{r}_i + \vec{d})|^2 \\ + 2\cos\frac{2\pi}{\lambda f} \vec{r}_f \cdot \vec{d} P(\vec{r}_i) P(\vec{r}_i + \vec{d})] \quad (3)$$

$$= \frac{M}{\pi R^2} \langle |F_i|^2 \rangle \int [|P(\vec{r})|^2 + |P(\vec{r} + \vec{d})|^2 + 2P(\vec{r})P(\vec{r} + \vec{d})\cos\frac{2\pi}{\lambda f} \vec{r}_f \cdot \vec{d}] d\vec{r} \quad (4)$$

Enfin, comme à l' annexe VI, on fera tendre M vers l'infini en gardant $Mw^2/R^2 = N$ constant.

1. Déplacement fini

$\vec{d} = \text{constante} = d\vec{i}_x$

$$\bullet \int |P(\vec{r})|^2 d\vec{r} = \iint \exp -2r^2/w^2 d\vec{r} = \frac{\pi w^2}{2}$$

$$\bullet \int |P(\vec{r}+\vec{d})|^2 d\vec{r} = \frac{\pi w^2}{2}$$

$$\begin{aligned} \bullet \int P(\vec{r})P(\vec{r}+\vec{d})d\vec{r} &= \int_{-\infty}^{+\infty} dy \int_{-\infty}^{+\infty} dx \exp -2y^2/w^2 \exp -(x^2+(x+d)^2)/w^2 \\ &= w\sqrt{\pi/2} \int_{-\infty}^{+\infty} dx \exp -2 \frac{(x+d/2)^2}{w^2} \exp -\frac{d^2}{2w^2} \\ &= \frac{\pi w^2}{2} \exp -d^2/2w^2 \end{aligned}$$

$$\langle I(\vec{r}_f) \rangle = \frac{Mw^2}{2R^2} \langle |F|^2 \rangle [2 + 2 \exp -d^2/2w^2 \cos \frac{2\pi}{\lambda f} \vec{r}_f \cdot \vec{d}]$$

$$= N \langle |F|^2 \rangle [1 + \exp -d^2/2w^2 \cos \frac{2\pi}{\lambda f} \vec{r}_f \cdot \vec{d}] \quad (5)$$

Le contraste n'est donc plus unitaire et vaut

$$C = \exp -d^2/w^2$$

Notons que $C \geq 0.8$ pour $d \leq 0.67w$ et que la périodicité n'est évidemment pas affectée. Les techniques d'analyse des franges du IV 2.3 et IV 2.4 fourniront une estimation non biaisée.

2. Couche de cisaillement linéaire

A la limite des déplacements évanouissants, tout champ de déplacement $d(\vec{r})$ peut se développer autour d'un point

$$d(\vec{r}) = d(\vec{r}_0) + \bar{a} (\vec{r}-\vec{r}_0) + \frac{1}{2}(\text{rot } \vec{d}) \times (\vec{r}-\vec{r}_0) \quad (6)$$

$$\text{avec } a_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial d_i}{\partial x_j} + \frac{\partial d_j}{\partial x_i} \right)$$

Considérons une couche de cisaillement linéaire sous la forme

$$\begin{cases} d_x = d_0 + ay \\ d_y = 0 \end{cases} \quad (7)$$

Remarquons qu'il s'agit d'un mélange de déformation et de mouvement tourbillonnaire puisque dans ce cas

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{a}{2} & 0 \\ -\frac{a}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \frac{1}{2} \text{rot } \vec{d} = -\frac{a}{2} \vec{1}_z \quad (8)$$

On a

$$\bullet \int \exp -2r^2/w^2 \, d\vec{r} = \frac{w^2\pi}{2}$$

$$\bullet \int \exp -\frac{2(\vec{r}+\vec{d})^2}{w^2} \, d\vec{r} = \iint \exp -\frac{2}{w^2} [(x+d_0+ay)^2 + y^2] \, dx dy$$

$$= \frac{\pi w^2}{2}$$

Estimons maintenant

$$I_1 = \int P(\vec{r}) P(\vec{r}+\vec{d}) \cos \frac{2\pi}{\lambda f} \vec{r} \cdot \vec{d} \, d\vec{r}$$

$$= R_e \int \exp -(x^2+y^2)/w^2 \exp -[(x+d_0+ay)^2 + y^2] /w^2 \exp j\frac{k}{f} x_f(d_0+ay) \, dx dy$$

$$= R_e (I_2) \quad (9)$$

L'argument de l'exponentielle réelle de I_2 décrit une ellipse que l'on va faire tourner pour éliminer le terme en xy et permettre la séparation de l'intégrale.

En faisant la substitution

$$\begin{cases} x = x' \cos \alpha - y' \sin \alpha \\ y = x' \sin \alpha + y' \cos \alpha \end{cases} \quad (10)$$

avec $m = \operatorname{tg} \alpha$ solution positive de $m^2 - am - 1 = 0$, on obtient après quelques calculs (!)

$$\begin{aligned}
 I_2 = & \exp - \frac{d_0^2}{w^2} \exp j \frac{k}{f} x_f d_0 \iint \exp - \frac{4 + a^2}{w^2 (1+m^2)} (m^2 x'^2 + y'^2) \\
 & \exp - \left[\frac{2 d_0}{w^2 \sqrt{1+m^2}} \left(m^2 x' - \frac{y'}{m} \right) \right] \\
 & \exp \left\{ j \frac{k}{f} \frac{x_f a}{\sqrt{1+m^2}} [m x' + y'] \right\} dx' dy' \quad (11)
 \end{aligned}$$

ou encore, après calcul des intégrales sur x' et y'

$$\begin{aligned}
 I_2 = & \frac{\pi w^2 (1+m^2)}{m(a^2+4)} \exp - \left\{ \frac{d_0^2}{w^2} \left[1 - \frac{(m^2 + \frac{1}{m^2})}{4 + a^2} \right] \right\} \\
 & \times \exp - 2 \left[\left(\frac{\pi w}{\lambda f} \right)^2 \frac{a^2 x_f^2}{a^2+4} \right] \exp j \frac{k}{f} x_f d_0 \left[1 + \frac{a}{4+a^2} \left(\frac{1}{m} - m \right) \right] \quad (12)
 \end{aligned}$$

On obtient alors en combinant (3), (9) et (12)

$$\begin{aligned}
 \langle I \rangle = N \langle |F|^2 \rangle & \left\{ 1 + \frac{2(m+m^{-1})}{(a^2+4)} \exp - \left\{ \frac{d_0^2}{w^2} \left[1 - \frac{(m^2 + m^{-2})}{4 + a^2} \right] \right\} \right. \\
 & \times \exp - \left[2 \left(\frac{\pi w}{\lambda f} \right)^2 \frac{a^2 x_f^2}{a^2+4} \right] \cdot \cos \frac{2\pi}{\lambda f} x_f d_0 \left(1 - \frac{a^2}{a^2+4} \right) \left. \right\} \quad (13)
 \end{aligned}$$

On vérifie bien que pour $a=0$, on a $m=1$ et (13) devient identique à (5).

En plus de la baisse de contraste uniforme déjà présente dans l'équation (5) (figure A 18a), l'équation (13) décrit une baisse de contraste non-uniforme (figure A 18b) accompagnée d'une variation de la période apparente.

Prenons un exemple numérique pessimiste

$$d_0 = \frac{w}{2}$$

$$a = 0.1 \quad \rightarrow \quad m = 1.05$$

$$\frac{2(m+m^{-1})}{a^2+4} \approx 1$$

$$1 - \frac{m^2+m^{-2}}{4+a^2} \approx 1/2 \quad \rightarrow \quad \exp -0.5 d_0^2/w^2 = 0.88$$

$$1 - \frac{a^2}{a^2+4} = 0.998$$

Position des franges $x_f = \frac{\lambda f}{d} n = \frac{2\lambda f}{w} n \quad n = 0, 1, 2, \dots$

En ces points

$$\exp -8\pi^2 \frac{a^2}{a^2+4} n^2 = \exp -0.2 n^2 \quad (14)$$

Le nombre de franges visibles sera donné par:

$$0.2 n^2 = 2 \quad \rightarrow \quad n \approx 3.2$$

On en conclut que si la périodicité n'est quasiment pas modifiée, le nombre de franges sera limité à environ trois franges de chaque côté de l'origine. Notons que le nombre de franges observables diminue quand d_0 diminue puisque l'exponentielle (14) est indépendante de d_0 .

3. Rotation d'ensemble

$$\begin{cases} d_x = d_0 - \Omega y \\ d_y = \quad + \Omega x \end{cases} \quad (15)$$

$$\bullet \int \exp -2r^2/w^2 \, d\vec{r} = \frac{\pi w^2}{2}$$

$$\bullet \int \exp -2(\vec{r}+\vec{d})^2/w^2 \, d\vec{r} = \iint \exp -2/w^2 [(x+d_0-\Omega y)^2 + (y+\Omega x)^2] \, dx dy$$

Avec la substitution $\begin{cases} \xi = x+d_0 -\Omega y \\ \eta = y+\Omega x \end{cases}$

dont le jacobien est $\frac{1}{1+\Omega^2}$, on a

$$\int d\vec{r} \exp - 2(\vec{r}+\vec{d})^2/w^2 = \frac{\pi w^2}{2(1+\Omega^2)} \quad (16)$$

$$\bullet I_1 = R_e(I_2)$$

$$= R_e \left\{ \int P(\vec{r}) P(\vec{r}+\vec{d}) \exp j \frac{k}{f} \vec{r}_f \vec{d} \, d\vec{r} \right\}$$

$$I_2 = \iint \exp -(x^2+y^2)/w^2 \exp - [(x+d_0 -\Omega y)^2 + (y+\Omega x)^2]/w^2 \\ \exp j \frac{k}{f} [x_f(d_0 -\Omega y) + y_f \Omega x] \, dx dy \quad (17)$$

après développement, I_2 se sépare naturellement et donne

$$I_2 = \exp -(d_0^2/w^2) \exp j \frac{k}{f} x_f d_0$$

$$\times \int \exp - \frac{1}{w^2} [y^2(2+\Omega^2) - 2y d_0 \Omega] \cdot \exp -j \frac{k}{f} x_f \Omega y \, dy$$

$$\times \int \exp - \frac{1}{w^2} [x^2(2+\Omega^2) + 2x d_0] \cdot \exp j \frac{k}{f} y_f \Omega x \, dx \quad (18)$$

$$= \exp -(d_0^2/w^2) \exp j \frac{k}{f} x_f d_0$$

$$\times \frac{\pi w^2}{1+\Omega^2} \exp - \frac{d_0^2}{w^2(2+\Omega^2)} \cdot \exp - \frac{\Omega^2}{2+\Omega^2} r_f^2 \left(\frac{\pi w}{\lambda f}\right)^2$$

$$\times \exp j \frac{k}{f} \left[x_f d_0 \left(\frac{2}{2+\Omega^2}\right) - y_f d_0 \left(\frac{\Omega}{2+\Omega^2}\right) \right] \quad (19)$$

et donc, (3), (16), (17) et (19) se combinent pour donner:

$$\begin{aligned} \langle I \rangle = N \langle |F|^2 \rangle & \left\{ \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{1+\Omega^2} \right) + \frac{2}{2+\Omega^2} \exp - \frac{d_0^2}{w^2 (2+\Omega^2)} \right. \\ & \times \exp - \left[\frac{\Omega^2}{2+\Omega^2} r_f^2 \left(\frac{\pi w}{\lambda f} \right)^2 \right] \cos \frac{2\pi}{\lambda f} \left[x_f d_0 \left(\frac{2}{2+\Omega^2} \right) - y_f d_0 \left(\frac{\Omega}{2+\Omega^2} \right) \right] \left. \right\} \quad (20) \end{aligned}$$

Encore une fois, on obtient une baisse non uniforme de contraste qui limite le nombre de franges observables. Notons la similitude de (20) avec (13). De la même manière que pour la couche de cisaillement, cet effet devient plus important quand d_0 diminue puisque l'exponentielle décrivant la diminution non uniforme de contraste est indépendante de d_0 .

Une différence fondamentale avec la couche de cisaillement est l'apparition d'une composante latérale de déplacement d_y donnée par

$$d_y = d_0 \frac{\Omega}{2+\Omega^2}$$

Cette composante restera inférieure à 5% tant que Ω sera plus petit que 0.1.

4. Déformation pure

Enfin, examinons le cas d'un mouvement bidimensionnel incompressible de déformation pure. Si les directions x et y sont les directions principales du tenseur des déformations, on a

$$\begin{cases} d_x = d_{0x} + ax \\ d_y = d_{0y} - ay \end{cases} \quad (21)$$

$$\bullet \int \exp - \frac{2r^2}{w^2} d\vec{r} = \frac{w^2 \pi}{2}$$

$$\bullet \int \exp - \frac{2(\vec{r}+\vec{d})^2}{w^2} d\vec{r} = \int \exp - \frac{2}{w^2} [x(1+a) + d_{0x}]^2 dx$$

$$\times \int \exp - \frac{2}{w^2} [y(1-a) + d_{0y}]^2 dy$$

$$= \frac{w^2 \pi}{2(1-a^2)} \quad (22)$$

$$\begin{aligned}
\bullet I_1 &= R_e \left[\int P(\vec{r}) P(\vec{r}+\vec{d}) \exp j \frac{k}{f} \vec{d} \cdot \vec{r}_f \, d\vec{r} \right] \\
&= R_e I_2 \\
I_2 &= \iint \exp -(x^2+y^2)/w^2 \exp - [x(1+a)+d_{0x}]^2 \exp - [y(1-a) + d_{0y}]^2 \\
&\quad \times \exp j \frac{k}{f} \vec{d}_0 \cdot \vec{r}_f \exp j \frac{k}{f} axx_f \exp -j \frac{k}{f} ayy_f \, dx \, dy \quad (23)
\end{aligned}$$

Les intégrales sur x et y se séparent et, après les quelques calculs habituels, on obtient:

$$\begin{aligned}
I_2 &= \frac{\pi w^2}{(4+a^4)^{1/2}} \exp j \frac{k}{f} \vec{d}_0 \cdot \vec{r}_f \exp -j \frac{k}{f} \frac{ax_f(a+1)}{A} \exp +j \frac{k}{f} \frac{ay_f(1-a)}{B} \\
&\quad \exp - \frac{d_{0x}^2}{w^2 A} \exp - \frac{d_{0y}^2}{w^2 B} \exp - \left(\frac{\pi w}{\lambda f}\right)^2 a^2 \left(\frac{x_f^2}{A} + \frac{y_f^2}{B}\right) \quad (24)
\end{aligned}$$

$$\text{avec } A = 1 + (1+a)^2$$

$$B = 1 + (1-a)^2$$

L' intensité moyenne s' écrit donc (voir (3), (22) et (24))

$$\begin{aligned}
\langle I(\vec{r}_f) \rangle &= N \langle |F|^2 \rangle \left\{ \frac{2-a^2}{2(1+a^2)} + \frac{2}{\sqrt{4+a^4}} \exp -\left(\frac{\pi w}{\lambda f}\right)^2 a^2 (x_f^2/A + y_f^2/B) \right. \\
&\quad \times \exp - \frac{1}{w^2} [d_{0x}^2/A + d_{0y}^2/B] \cos \frac{2\pi}{\lambda f} [x_f d_{0x} \frac{2+a}{1+(1+a)^2} + y_f d_{0y} \frac{2-a}{1+(1-a)^2}] \left. \right\} \quad (25)
\end{aligned}$$

On retrouve les effets déjà décrits: diminution non-uniforme du contraste et modification de la période apparente. On peut estimer l' importance de ces effets pour $a = 0.1$ et $d_{0x} = \frac{w}{2}$; $d_{0y} = 0$

$$\frac{2+a}{1+(1+a)^2} \approx 0.95$$

$$\frac{2-a}{1+(1+a)^2} \approx 1.05$$

Position des franges: $x_f = \frac{\lambda f}{d_0} n = \frac{2\lambda f}{w} n$ $n = 0, 1, 2, \dots$

En ces points:

$$\exp -\left(\frac{x_f w}{\lambda f}\right)^2 \pi^2 \frac{a^2}{A} = \exp -n^2 0.18$$

nombre de franges $n^2 0.18 = 2 \rightarrow n = 3.3$

On en conclut que si le nombre de franges est semblable à celui rencontré dans une couche de cisaillement, ce cas est celui où la variation apparente de la période des franges est la plus importante.

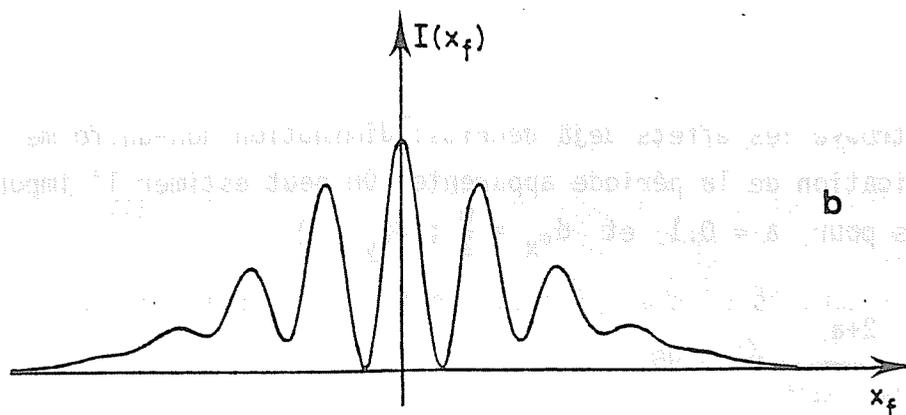
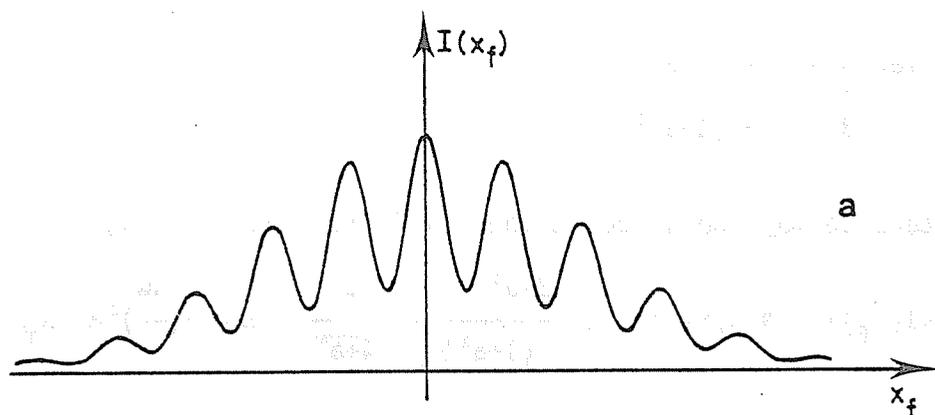


Fig.A18. Exemples de franges de contraste non-unitaire
 a: contraste uniforme
 b: contraste non-uniforme.

BIBLIOGRAPHIE

1. J.D. TROLINGER, Agardograph 186 (1974).
"Laser Instrumentation for flow field diagnostics".
2. T.P. DAVIES, Opt. Las. Techn., Feb. 1981, 37.
"Schlieren photography : short bibliography".
3. R.C. ANDERSON and M.W. TAYLOR, Appl. Opt., 21, 3, 528 (1982).
"Phase contrast flow visualization".
4. M. BORN and E. WOLF, Pergamon Press (1970).
"Principles of optics".
5. K. BULHER, K. KIRSCHARTZ, H. OERTEL jr., Acta Mech. 31, 155.
"Steady convection in a horizontal fluid layer" (1979).
6. C. VEST, Wiley (1979).
"Holographic interferometry".
7. R. WUERKER, in "The engineering use of coherent optics", Cambridge University Press, p.517 (1976).
"Particle and flow field measurements by laser holography".
8. NASA Rep. SP-248, Ames Research center (1970).
"Holographic instrumentation applications".
9. G. BRAND, P. ROZELLE and B. PATEL, in [7] p. 577.
"Holographic flow visualization in steam turbine cascades".
10. R. KURTZ and L. PERRY, Opt. Eng., 18, 3, 243 (1979).
"A holographical optical schlieren system".
11. J. TROLINGER, Appl. Opt., 18, 766 (1979).
"Application of generalized phase control during reconstruction to flow visualization holography".
12. J. TROLINGER, G. SIMPSON, Opt. Eng., 18, 2, (1979).
"Diagnostics of turbulence by holography".
13. A. DECKER, Appl. Opt., 20, 18, 3120 (1981).
"Holographic flow visualization of time-varying shock waves".
14. W. MERZKIRCH, Academic Press (1974).
"Flow visualization".
15. Proc. of the Symposium on Flow visualization, Oct. 77, Tokyo, Hemisphere publishing Corp. (1979).
16. Preprints of the symposium on flow visualization, Sept. 80, Bochum.

17. V. DELITZSCH and D. SCHMIDT, in [15] , p.155.
"A method of flow visualization using optically activated tracers".
18. R. PORCAR and J. PRENEL, Opt. Comm., 41, 6, 417 (1982).
"Visualisation des zones de mélange, des instabilités et des structures cohérentes dans les jets supersoniques par des nappes de lumière laser".
19. R. PORCAR and J. PRENEL, Optics and Laser Techn., Oct. 82, 261.
"Visualization by means of coherent light sheets : application to different flows".
20. H. NAGIB, T. CORKE, K. HELLAND, J. WAY.
Proc. of the Dynamics flow conference 1978.
(Baltimore - Marseille) p. 567.
"Computer analysis of flow visualization records obtained by the smoke wire technique".
21. M. HERNAN and J. JIMENEZ, J. Fluid Mech., 119, 323 (1982).
"Computer analysis of a high-speed film of the plane turbulent mixing layer".
22. K.A. ULBRICHT, VKI short course on digital image processing, 27 april 83.
"Examples of image processing of remotely sensed phenomena".
23. G. COMTE-BELLOT and R. MOREL, VKI lecture series 1983-03.
"Experimental techniques for free edges of turbulent flows".
24. L. LOURENCO, Thèse annexe, ULB, Nov. 1982.
25. M. LONG, B. CHU and R. CHANG, AIAA Journal 19, 9, 1151 (1981).
"Instantaneous 2-D gas concentration measurements by light scattering".
26. Ibid, AIAA Journal 19, 9, 1159 (1981).
"Mixing mechanism and structure of an axisymmetric turbulent mixing layer".
27. O. SCRIVENER, C. BERNER, P. MUNTZER, in [15], 101.
"Flow visualization and velocity measurements near the wall of a circular pipe".
28. T. UTAMI and T. UENO, in [15], p. 221.
"Lagrangian and Eulerian measurement of large scale turbulence by flow visualizing techniques".
29. W. FISTER, J. EIKELMANN and U. WITZEL, in [16], 231.
"Expanded application programs of the spark tracer method with regard to centrifugal compressors impellers".
30. M. COUTANCEAU and R. BOUARD in [16], 378.
"Secondary phenomena in the unsteady wake of a cylindrical bluff body pointed out by a visualization techniques".
31. W. WEINERT, J. HEBER, R. BAYERER, Z. FLUGWISS. Weltraumforsch. 4, 3, 137, (1980).
"Laser-Stroboskop- Anemometer (LSA) zur Bestimmung von Strömungsvektorfelder im Hochgeschwindigkeitbereich".

32. C. HSIEH and R.W. GOLDEWEY, Opt. Eng., 18, 3 (1979).
"A dust trajectory photography technique for flow velocity measurement".
33. G. SPARKS Jr. and S. EZEKIEL, AIAA Journal 15, 1, 110 (1977).
"Laser Streak velocimetry for 2-D Flows in Gases".
34. M. PHILBERT et A. BOUTIER, La Recherche Aérospatiale, 3, 171, (1972).
"Méthodes optiques de mesure de vitesses de particules entraînées dans les écoulements".
35. P.R. JONAS and P.M. KENT, J. Phys.E, 12, 604 (1979).
"2-D velocity measurement by automatic analysis of trace particle motion".
- 36.a R. ELKINS, G. JACKMAN, R. JOHNSON; E. LINDGREN and J. YOO, Rev. Sci. Instrum., 48, 7, 738 (1977).
"Evaluation of stereoscopic trace particle records of turbulent flow fields".
- 36.b K. IMAICHI and K.OHMI, JFM 129, 283 (1983).
"Numerical processing of flow visualization pictures-Measurement of 2-D vortex flow".
37. P. DIMOTAKIS, F. DEBUSSY and M. KOCHESFAHANI, Phys. Fluids 24, 6, 995, (1981).
"Particle streak velocity field measurements in a 2-D mixing layer".
38. M. ESCODA, S. LIU and M. LONG, Abstracts of the 35th Meeting of the APS, Division of Fluid Dynamics (Nov.1982).
"Simultaneous 2-D Velocity and Concentration Measurements in a Turbulent jet".
39. B.J. THOMPSON, J. Phys. E : Scientific Instrum., 7, 781 (1974).
"Holographic particle sizing techniques".
40. S.L. CARTWRIGHT, P. DUNN and B.J. THOMPSON, Opt. Eng., 19, 5, p.727 (1980).
"Particle sizing field holography new developments".
41. H. ROYER, New. Rev. Optique, 5, 2, 87 (1974).
"Une application de la microholographie ultra-rapide : la métrologie des brouillards".
42. H. ROYER, J. Optics, 12, 6, 347 (1981).
"L'utilisation de la microholographie dans les chambres à bulles".
43. H. ROYER, Rapport ISL 25/73 (1973).
"Qualification des brouillards givrants par holographie".
44. H. ROYER, Rapport ISL R107/75 (1975).
"La mesure des vitesses des microparticules par holographie".
45. H. ROYER, P. LECOCQ, E. RAMSMEYER, Opt. Comm.,37, 2, 84 (1981).
"Application of holography to bubble chamber visualization".
46. J.D. TROLINGER, R.A. BELZ and W.M. FARMER, Appl. Opt., 8, 5, 957 (1969).
"Holographic techniques for the study of Dynamic Particle Fields".

47. R. MENZEL and F.M. SHOFNER, Appl. Opt., 9, 9, 2073 (1970).
"An investigation of Fraunhofer Holography for velocimetry applications".
48. L. HEFLINGER, G. STEWART and C. BOOTH, Appl. Opt., 17, 6, 951 (1978).
"Holographic motion pictures of microscopic plankton".
49. A. JONES, M. SARJEANT, C. DAVIS and R. DENHAM, Appl. Opt., 17, 3, 328 (1978).
"Application of in-line holography to drop size measurement in dense fuel sprays".
50. J.D. TROLINGER and M. P. HEAP, Appl. Opt. 18, 11, 1757 (1979).
"Cool particle combustion studied by holography".
51. I. PRIKRYL and C. VEST, Appl. Opt., 21, 4, 2541 (1982).
"Holographic Imaging of semi-transparent droplets on particles".
52. C. PHILIPPE and C. FROEHLI, soumis à Zeit. für angewandte Math. und Phys. (1982).
"Mesures des vitesses dans un écoulement laminaire axisymétrique par une technique optique de visualisation en lumière cohérente".
53. A.J. DECKER, Opt. Letters, 7, 3, 122 (1982).
"Holographic cinematography of time-varying reflecting and time varying phase objects using a Nd : YAG Laser".
54. P. SMIGIELSKI, ISL.
"Communication privée".
55. K. HAGENBUCH and S. SARRAF, Opt. Lett. 7, 7, 325 (1982).
"Holographic image subtraction of high-velocity dust using a Pockels cell".
56. L. HEFLINGER and R. WUERKER, Abstract Published in Appl. Opt., 20, 6, A53 (1981).
"Fluid current recording by holography".
57. W. PRATT, Wiley-Interscience (1978)
"Digital Image Processing".
58. G. HAUSMANN and W. LAUTERBORN, Appl. Opt., 19, 20 (1980).
"Determination of size and position of fast moving gas bubbles in liquids by digital 3-D image processing of hologram reconstructions".
59. M. YANO and I. FUJITA, in [22] p. 351.
"Holographic flow velocity analysis".
60. K. IWATA, T. HAKOSHIMA and R. NAGATA, JOSA 67, 8, 1117 (1977).
"Measurement of flow velocity distribution by means of double-exposure holographic interferometry".
61. K. IWATA and R. NAGATA, Optica Acta, 26, 8, 995, (1979).
"Fringe formation in multiple-exposure holographic interferometry".
62. M. UEDA, K. KAGAWA, K. YAMADA, C. YAMAGUCHI and Y. HARADA, Appl. Opt., 21, 18, 3269 (1982).
"Flow visualization of Bénard convection using holographic interferometry".

63. J. KRISTIAN and M. BLOUKE, Scientific American, 247, 4 (October 1982) p. 48.
"Charge-coupled devices in astronomy".
64. P. CALVET, A. GIOVANNINI, P. HEBRARD and G. TOULOUSE in [16], p.56.
"Quantitative interpretation of recirculated flow visualization by the analysis of video pictures".
65. L. RIMAI and K. MARKO, Opt. Lett. 7, 7, 328 (1982).
"Rapid digitized storage of seed-particle-track images in microscopically inhomogeneous flows".
66. J. GOODMAN, Mc. Graw Hill (1968).
"Introduction to Fourier Optics".
67. Topics in Applied physics, vol. 9, Springer Verlag (1975). Ed. J.C. Dainty.
"Laser Speckle and related phenomena"
68. J. GOODMAN dans Progress in optics, Vol. 14, North Holland (1976), p.3.
"The statistics of speckle patterns".
69. JOSA 66, 11 (1976).
Topical issue : "Speckle in optics".
70. Y. REZETTE, Doctorat en Sciences Physiques, ULB (1977).
"Etude de diffuseurs en optique cohérente".
71. E. JAKEMAN and P. PUSEY in Topics in Current Physics, Vol.20,
"Inverse scattering Problems", p. 73 (Ed. H. BALTES) (1980).
"Photon-counting statistics of Optical Scintillation"
+ références contenues dans celle-ci.
72. A. ENNOS, in "The Engineering use of coherent optics", Cambridge University Press (1976) p. 225.
"Optical fingerprinting with the laser for engineering measurement".
73. M. FRANCON in [67], p. 171.
"Information processing using speckle patterns".
74. A. ENNOS in [67], p. 203.
"Speckle interferometry".
75. M. FRANCON, Masson (1978).
"La granularité laser et ses applications en optique".
76. J. BURCH and J. TOKARSKI, Optica Acta, 15, 2, p. 101 (1968).
"Production of multiple beam fringer from photographic scatterers".
77. E. ARCHBOLD, J. BURCH and A. ENNOS, Optica Acta, 17, 12, p.883 (1970).
"Recording of in-plane surface displacement by double-exposure speckle photography".
78. E. ARCHBOLD and A. ENNOS, Optica Acta, 19, 4, 253 (1972).
"Displacement measurement from double exposure laser photographs".

79. J.C. DAINY in [67], p. 225,
"Stellar speckle interferometry".
80. A. LABEYRIE in [68] p. 49.
"High resolution techniques in optical astronomy".
81. F.P. CHIANG and ASUNDI, Appl. Opt., 18, 4, 409 (1979).
"White Light speckle method of experimental strain analysis".
82. A. ASUNDI and F.P. CHIANG, Opt. Eng. 21, 4, 570 (1982).
"Theory and applications of the white-light speckle method".
83. D.B. BARKER and M.E. FOURNEY, Experimental Mechanics p.210 (June 76).
"Displacement measurements in the interior of 3-D bodies using Scattered-light Speckle patterns".
84. F.P. CHIANG, in [7] (1976), p.249.
"A new 3-D strain analysis technique by scattered light speckle interferometry".
85. J.P. LALLEMAND, R. DESAILLY and C. FROEHLI, Acta Astronautica, 4, 343, (1977).
"Mesure de vitesses dans un liquide par diffusion cohérente".
86. R. GROUSSON and S. MALLICK, Appl. Opt., 16, 9, 2334 (1977).
"Study of flow pattern in a fluid by scattered laser light".
87. D.B. BARKER and M.E. FOURNEY, Opt. Lett., 1, 4, 135 (1977).
"Measuring fluid velocities with speckle patterns".
88. T.D. DUDDERAR and P.G. SIMPKINS, Nature, 270, 3, 45 (1977).
"Laser speckle photography in a fluid medium".
89. K. IWATA, T. HAKOSHIMA and R. NAGATA, Opt. Com., 25, 3, 311 (1978).
"Measurement of flow velocity distribution by multiple-exposure speckle photography".
90. P.G. SIMPKINS and T.D. DUDDERAR, J. Fluid Mech., 89, 4, 665 (1978).
"Laser speckle measurements of transient Bénard convection".
91. G. CLOUD, R. FALCO, R. RADKE and J. PEIFFER, SPIE Proc. 243, p.150 (1980).
"Noncoherent-light speckle photography for measurements of fluid velocity fields".
92. R. MEYNART, Appl. Opt., 19, 9, 1385 (1980).
"Equal velocity fringes in a Rayleigh-Bénard flows by a speckle technique".
93. R. MEYNART, Proc. SPIE 210, p. 25 (1980).
"Flow velocity measurement by a speckle method".
94. R. MEYNART, Rev. Sci. Instrum., 53, 1, 110 (1982).
"Digital image processing for speckle flow velocimetry".

95. R. MEYNART, Rev. de Phys. Appliquée, 17, 301 (1982).
"Convective flow field measurement by speckle velocimetry".
- 96.a. R. MEYNART, Appl. Opt., 22, 4, 535 (1983).
"Instantaneous velocity field measurements in unsteady gas flow by speckle velocimetry".
- 96.b. R. MEYNART, Phys. Fluids, 26, 8, 2074 (1983)
"Speckle velocimetry study of vortex pairing in a low-Re unexcited jet".
97. E. BERNABEU, J.C. AMARÉ and M. ARROYO,
Appl. Opt., 21,14, 2583, (1982).
"White light speckle method of measurement of flow velocity distribution".
98. P. SMIGIELSKI, H. FAGOT, J. HAERTIG and F. ALBE, Proc. SPIE 348 (1982).
"Visualization of a subsonic air flow section using high-speed holography and measurement of the velocity field".
99. D.E. FITZJARRALD, J. Phys. E: Sci. Instrum. 15, 911 (1982).
"An Investigation of wave-amplitude vacillation using a light-speckle velocity measuring technique".
100. R. BINNINGTON, D. BOGER, G. TROUP and R. TURNER, Est. "Atti della Fondazione Giorgia Ronchi", XXXVI,5-6, 665 (1981).
"Point velocity measurement in slow flow using laser speckle photography".
101. A. KOECHNER, Springer Verlag (1975).
"Solid state laser engineering".
102. M. KOGELNIK, Bell system Tech. J. 44, 455 (1965).
"Imaging of optical modes-Resonators with internal lenses"
103. L.D. DICKSON, Appl. Opt., 9, 8, 1854 (1970).
"Characteristics of a propagating Gaussian Beam".
104. W.H. CARTER, Appl. Opt. 21, 11, 1989 (1982).
"Focal shift and concept of effective Fresnel number for a gaussian laser beam".
105. Catalogue Schott n° 3060/72e(1972).
106. Melles Griot Optics guide 2 (1981).
107. A. MARECHAL, Editions de la Revue théorique et expérimentale d'optique (1952).
"Imagerie géométrique et aberrations".
108. H. BOUASSE, Delagrave (1932).
"Optique et photométrie géométriques".
109. H. VAN DE HULST, Wiley (1957).
"Light Scattering by small particles".

110. M. KERKER, Academic Press (1969).
"The scattering of light and other electromagnetic radiation".
111. A. BOIVIN, Presses de l'Université Laval, Québec (1964).
"Théorie et calcul des figures de diffraction de révolution".
112. L. LANDAU et E. LIFSCHITZ, Editions de Moscou (1971).
"Mécanique des fluides".
113. J. HINZE, Mc. Graw Hill (1959).
"Turbulence".
114. L. LOURENCO, Thèse de doctorat, ULB 1982.
"A kinetic model for a gas-particle suspension flow"
115. M.K. MAZUMDER and K.J. KIRSCH, Appl. Opt., 14, 4 (1975).
"Flow tracing fidelity of scattering aerosol in Laser Doppler velocimetry".
116. A. ASHKIN, Phys. Rev. Letters, 24, 4, 156 (1970).
"Acceleration and trapping of particles by radiation pressure".
117. A. ASHKIN and J.M. DIEDZIC, Appl. Phys. Letters 19, 8 (1971).
"Optical levitation by radiation pressure".
118. A. ASHKIN and J.M. DIEDZIC, Appl. Opt., 19, 5, 660 (1980).
"Observation of light scattering from non spherical particles using optical levitation".
119. Y.W. KIM and J. MATTA, Phys. Rev. Letters 31, 4, 208 (1973).
"Long-time behaviour of the velocity autocorrelation : A measurement".
120. R. FANTE, Proc. IEEE 63, 12, 1669 (1975).
"Electromagnetic beam propagation in turbulent media".
121. R. FANTE, Proc. IEEE 68, 11, 1424 (1975).
"Electromagnetic beam propagation in turbulent media".
122. H. GORDON, Appl. Opt., 21, 16, 2997 (1982).
"Interpretation of airborne oceanic lidar : effort of multiple scattering".
123. P. STOTT, J. Phys. A, 1, 675 (1967).
"A transport equation for the multiple scattering of electromagnetic waves".
124. R. CHEUNG and A. ISHIMARU, Appl. Opt., 21, 20, 3792 (1982).
"Transmission, backscattering, and depolarization of waves in randomly distributed spherical particles".
125. R. FANTE, JOSA 71, 4, 460 (1980).
"Relationship between radiative-transport theory and Maxwell's equations in dielectric media".
126. W. SCOTT, Reviews of Modern Physics, 35, 2, 231 (1963).
"The theory of small-angle multiple scattering of fast charged particles".

127. R. FANTE, IEEE Trans. Ant. Prop., 21, 750 (1973).
"Propagation of electromagnetic waves through turbulent plasma using transport theory."
128. R. FANTE, JOSA, 64, 5, 592 (1974).
"Mutual coherence function and frequency spectrum of a laser beam propagating through atmospheric turbulence".
129. W. TAM and A. ZARDECKI, JOSA 69, 1, 68 (1979).
"Laser beam propagation in particulate media".
130. W. TAM and A. ZARDECKI, Optica Acta, 26, 5, 659 (1979).
"Multiple scattering of a laser beam by radiational and advective fogs".
131. A. DEEPAK, U. FARRUKH and A. ZARDECKI, Appl. Opt., 21, 3, 439 (1982).
"Significance of higher-order multiple scattering for laser beam propagation through laser, fogs and clouds".
132. W. TAM and A. ZARDECKI, Appl. Opt., 21, 13, 2405 et 2413 (1982).
"Multiple scattering corrections to the Beer-Lambert law".
133. G. MOORADIAM, M. GELLER, L. STOTTS, D. STEPHENS and R. KRAUTWALD, Appl. Opt. 18, 4, 429 (1979).
"Blue-green pulsed propagation through fog".
134. R. LUTOMIRSKI, Appl. Opt., 17, 24, 3915 (1978).
"Atmospheric degradation of electrooptical performance".
135. E. WOLF, Phys. Rev. D 13, 869 (1976).
"New theory of radiative transfer in free electromagnetic fields".
136. A. PAPOULIS, Mc. Graw Hill (1977).
"Signal Analysis".
137. Lord RAYLEIGH, Phil. Mag. S. 6, 37, 220, 321 (1919).
"On the problem of Random vibrations, and of Random flights in 1, 2 or 3 dimensions".
138. H. PEDERSEN, Opt. Commun., 16, 1, 63 (1976).
"Object-roughness dependence of partially developed speckle patterns in coherent light".
139. R. BARAKAT, Optica Acta, 29, 7, 947 (1982).
"Speckle intensity due to strong and weak scatterers in the presence of amplitude-correlated multipaths".
140. T. YOSHIMURA, H. FUKUMARU, N. WAKABAYASHI, JOSA, 72, 6, 780 (1982).
"Single-interval statistics of non-Gaussian light in the presence of number fluctuations".
141. E. JAKEMAN, J. Mc. WHIRTER and P. PUSEY in [69],
"Enhanced fluctuations in radiation scattered by a moving random phase screen".

142. G. MADDUX, S. MOORMAN, R. CORWIN, Air Force Flight, Dynamics Lab. report AFFDL-TM-78-109-FBE (1978).
"A programmable data-retrieval system for in-plane displacements from speckle photographs".
143. H. KREITLOW, T. KREIS, Spie Proc. 210, 18 (1980).
"Automatic evaluation of Young's fringes related to the study of in-plane deformations by speckle techniques".
144. G. KAUFMANN, A. ENNOS, B. GALE and D. PUGH, J. Phys. E: Sci Instrum. 13, 579 (1980).
"An electro-optical read out system for analysis of speckle photographs".
145. B. INEICHEN, P. EGLIN and R. DANDLIKER, Appl. Opt., 19, 13, 2191(1980)
"Hybrid optical and electronic image processing for strain measurements by speckle photography".
146. G. KAUFMANN, Opt. Las. Techn., August 1980, 207.
"On the numerical processing of speckle photograph fringes".
147. G. KAUFMANN, Appl. Opt., 20, 24, 4277 (1981).
"Numerical processing of speckle photography data by Fourier transform".
148. G. KAUFMANN, Appl. Opt., 21, 19, 3411 (1982).
"Digital analysis of speckle photography fringes : processing of experimental data".
149. C. VIKRAM, Opt. Lett., 7, 8, 374 (1982).
"Single approach to process speckle photography data".
150. C. VIKRAM and K. VEDAM, Appl. Opt., 22, 5, 653 (1983).
"Processing speckle photography data : circular imaging aperture".
151. H. BRUUN and A. FELSKE, presented at Electrooptics - laser international '82, Brighton, 23-25 march 82
"Automated analysis of specklegrams by means of a 2-D Fourier transform".
Voir aussi ELOMAG, AG, modèle ASA-120.
152. A. OPPENHEIM and R. SCHAFER, Prentice Hall (1975).
"Digital signal processing".
153. B. EWAN, Appl. Opt., 18, 5, 623 (1979).
"Holographic particle velocity measurement in the Fraunhofer plane".
154. B. EWAN, Appl. Opt., 18, 18, 3156 (1979).
"Particle velocity distribution measurement by holography".
155. B. EWAN, Appl. Opt. 19, 8, 1368 (1980).
"Fraunhofer plane analysis of particle field holograms".
156. S. CHANDRASEKHAR, Clarendon Press (1961).
"Hydrodynamic and hydromagnetic stability".
157. P. BERGE, M. DUBOIS, Journ. Phys. Lettres, 19, 2505 (1979).
"Study of unsteady convection through simultaneous velocity and interferometric measurements".

158. M. DUBOIS, VKI Lectures Series 82-07 (1982).
"Experimental study of transition to turbulence in convective systems".
159. J.P. ECKMANN, Reviews of Modern Physics, 53, 4, 1, 643 (1981).
"Roads to turbulence in dissipative dynamical systems".
160. P. BERGE, VKI Lecture Series 82-07 (1982).
"Rayleigh-Bénard convection : experimental aspects".
161. K. STORCK and U. MULLER, JFM 71, 231 (1975).
"Convection in boxes : an experimental investigation in vertical cylinders and annuli".
162. G. CHARLSON and R. SANI, JFM 71, 2, 209 (1975).
"Finite-amplitude axisymmetric thermoconvective flows in a bounded cylindrical layer of fluid".
163. Topics in Applied Physics 12, Springer Verlag, Ed. P. BRADSHAW (1978).
"Turbulence".
164. Topics in Applied Physics 45, Springer-Verlag.
Ed. H. SWINNEY and J. GOLLUB (1981).
"Hydrodynamic instabilities and the transition to turbulence".
165. A. HUSSAIN, Proc. Indian Acad. Sci. (Eng. Sci.), 4, 2, 129, (1981).
"The role of coherent structure in turbulent shear flows".
166. R. BLACKWELDER, VKI Lecture Series 83-03, (1983).
"Eddy detection within turbulent shear flows".
167. W. REYNOLDS and A. HUSSAIN, JFM 54, 2, 263 (1972).
"The mechanics of an organized wave in turbulent shear flow. Part.3: Theoretical models and comparisons with experiments".
168. A. SATTAR, PhD Thesis, VUB 1981.
"Statistical modelling of turbulence from vorticity structure theory".
169. J. OLER and V. GOLDSCHMIDT, JFM, 123, 523 (1982).
"A vortex street model of the flow in the similarity region of a 2-D free turbulent jet".
170. V. GOLDSCHMIDT, M. MOALLEMI and J. OLER, Phys. Fluids, 26, 2, 428 (1983).
"Structures and flow reversal in turbulent plane jets".
171. A. HUSSAIN and R. CLARK, JFM 104, 263 (1981).
"On the coherent structure of the axisymmetric mixing layer : a flow visualization study".
172. L. KOVASNAY, V. KIBENS, R. BLACKWELDER, JFM 41, 2, 283 (1970).
"Large scale motion in the intermittent region of a turbulent boundary layer".
173. K. ZAMAN and A. HUSSAIN, JFM 112, 379 (1980).
"Taylor hypothesis and coherent structures".

174. R. BLACKWELDER, Phys. Fluids, 20, 10, pt.II, S. 232 (1977).
"On the role of phase information in conditional sampling".
175. I. WYGNANSKI and F. CHAMPAGNE, JFM 51, 2, 281 (1973).
"On transition in a pipe. Part 1. The origin of puffs and slugs and the flow in a turbulent slug".
176. I. WYGNANSKI, M. SOKOLOV and D. FRIEDMAN, JFM 69, 2, 283 (1975).
"On transition in a pipe. Part 2. The equilibrium puff".
177. S. MASLOWE in [164] p. 181.
"Shear flows instabilities and transition".
178. G. BATCHELOR, Cambridge University Press (1979)
"Introduction to fluid dynamics".
179. A. PERRY, T. LIM and E. TEH, JFM 104, 387 (1981).
"A visual study of turbulent spots".
180. I. WYGNANSKI, M. ZILBERMAN and J. HARITONIDIS, JFM 123, 69 (1982).
"On the spreading of a turbulent spot in the absence of a pressure gradient".
181. R. FALCO, Phys. Fluids, 20, 10, II, S. 124 (1977).
"Coherent motions in the outer region of turbulent boundary layers".
182. M. HEAD and P. BANDYOPADHYAY, JFM 107, 297 (1981).
"New aspects of turbulent-boundary layer structure".
183. J. MURLIS, H. TSAI and P. BRADSHAW, JFM 122, 13 (1982).
"The structure of turbulent boundary layer at low Reynolds numbers".
184. H. BECKER and T. MASSARO, JFM 31, 3, 435 (1968).
"Vortex evolution in a round jet".
185. G. BROWN and A. ROSHKO, JFM 64, 4, 775 (1974).
"On the density effects and large structure in turbulent mixing layers".
186. C. WINANT and F. BROWAND, JFM 63, 237 (1974).
"Vortex pairing : the mechanism of turbulent mixing -layer growth at moderate Reynolds number".
187. P. DIMOTAKIS and G. BROWN, JFM 78, 3, 535 (1976).
"The mixing layer at high Reynolds number : large scale structure dynamics and entrainment".
188. C. BORREGO, Ph. D Thesis, ULB (1981).
"Contribution to the understanding of transport mechanisms and turbulence structure in a plane mixing layer : measurement techniques for the search of quasi-ordered structures".
189. C. HO and L. HUANG, JFM 119, 443 (1982).
"Subharmonics and vortex merging in mixing layers".
190. C. CHANDRSUDA, R. MEHTA, A. WEIR and P. BRADSHAW, JFM 85, 4, 609 (1978).
"Effect of free-stream turbulence on large structure in turbulent mixing layers".

191. A. HUSSAIN and K. ZAMAN (1983) submitted to JFM.
"The organized motions in the turbulent plane mixing layer".
192. G. ABRAMOVITCH, The MIT Press (1963).
"The theory of turbulent jets".
193. S. CROW and P. CHAMPAGNE, JFM 48, 3, 547 (1971).
"Orderly structure in jet turbulence".
194. A. YULE, JFM 89, 3, 413 (1978).
"Large-scale structure in the mixing layer of a round jet".
195. A. HUSSAIN and K. ZAMAN, JFM, 110, 39 (1981).
"The preferred mode of the axisymmetric jet".
196. K. ZAMAN and A. HUSSAIN (1983) submitted to JFM.
"Natural large-scale structures in the axisymmetric mixing layer".
197. V. KIBENS, AIAA Journal 18, 4, 434 (1980).
"Discrete Noise spectrum generated by an acoustically excited jet".
198. K. ZAMAN and A. HUSSAIN, JFM 101, 3 (1980).
"Vortex pairing in a circular jet under controlled excitation".
Part 1 : p.449.
Part 2 : p.493.
199. P. MEYER and P.G. SAVA, in Proceedings of the conference on LDV
Lisbon 1982, paper 1.4.
"2-D Laser-Doppler measurements of fluctuations of velocity in an
unexcited jet".
200. F. DURST, A. MELLING and J. WHITELAW, Academic Press (1976).
"Principles and practice of laser-Doppler anemometry".
201. A. MICHALKE, Z. Flugwiss 19, 8/9, 319 (1971).
"Instabilität eines kompressiblen runden Freistrahls unter
Berücksichtigung des Einflusses der Strahlgrenzschichtdicke".
202. A. MICHALKE, JFM, 23, 3, 521 (1965).
"On spatially growing disturbances in an inviscid shear layer".
203. A. MICHALKE and G. HERMANN, JFM 114, 343 (1982).
"On the inviscid instability of a circular jet with external flows".
204. A. MICHALKE, JFM 22, 371 (1965).
"Vortex formation in a free boundary layer according to stability
theory".
205. H. LAMB, Dover (1945), 6ème édition.
"Hydrodynamics".
206. E. OVERMAN and N. ZABUSKY, Phys. Fluids 25, 8, 1297 (1982).
"Evolution and merger of isolated vortex structures".

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...